

JÓZEF POCIECHA, BARBARA PAWEŁEK,
MATEUSZ BARYŁA, SABINA AUGUSTYN

STATYSTYCZNE METODY PROGNOZOWANIA BANKRUCTWA W ZMIENIAJĄCEJ SIĘ KONIUNKTURZE GOSPODARCZEJ



Pod redakcją Józefa Pocięchy



UNIWERSYTET
EKONOMICZNY
W KRAKOWIE



Józef Pociecha, Barbara Pawełek,
Mateusz Baryła, Sabina Augustyn

STATYSTYCZNE METODY PROGNOZOWANIA BANKRUCTWA W ZMIENIAJĄCEJ SIĘ KONIUNKTURZE GOSPODARCZEJ

Pod redakcją
Józefa Pocięchy

Kraków 2014

Autorzy

Sabina Augustyn – rozdział 4

Mateusz Baryła – rozdział 5

Barbara Pawelek – rozdziały 3 i 6

Józef Pocięcha – Wstęp, rozdziały 1, 2, Zakończenie

Recenzent

Krzysztof Jajuga

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji nr 5401/B/H03/2011/40

© Copyright by Katedra Statystyki Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie,
Kraków 2014

ISBN 978-83-62511-29-7 (książka w oprawie miękkiej)

ISBN 978-83-62511-34-1 (on-line pdf)

Wydawnictwo:

Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie

ul. Rakowicka 27, 31-510 Kraków

SPIS TREŚCI

Wstęp	7
Rozdział I	
Podstawowe modele prognozowania bankructwa	13
1.1. Prognozowanie bankructwa jako problem badawczy	13
1.2. Modele dyskryminacyjne	17
1.3. Modele logitowe	22
1.4. Drzewa klasyfikacyjne	27
1.5. Sieci neuronowe	31
Rozdział II	
Wskaźniki finansowe w modelach predykcji bankructwa	39
2.1. Zasady konstrukcji podstawowych wskaźników finansowych	39
2.2. Doświadczenia światowe w zakresie doboru wskaźników do modeli predykcji bankructwa	44
2.3. Wskaźniki finansowe wybierane w modelach prognozowania bankructwa dla gospodarki polskiej	47
Rozdział III	
Zbiór danych i jego charakterystyka	59
3.1. Uwagi wstępne	59
3.2. Dane finansowe z serwisu EMIS Intelligence – Polska	60
3.3. Budowa bazy danych	62
3.4. Rozkłady empiryczne wskaźników finansowych	70
3.5. Mediany rozkładów prawdopodobieństwa generujących dane	77
Rozdział IV	
Statystyczna analiza rozkładów wartości wskaźników finansowych	81
4.1. Uwagi wstępne	81
4.2. Analiza zmian w czasie wartości parametrów rozkładów empirycznych	82
4.3. Rozkłady empiryczne i teoretyczne wskaźników finansowych	91
Rozdział V	
Analiza porównawcza podstawowych modeli prognozowania bankructwa na przykładzie przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce	101
5.1. Uwagi wstępne	101
5.2. Opis procedury badawczej	102
5.3. Porównanie zdolności prognostycznych modeli w przypadku doboru próby metodą parowania	109

5.4. Porównanie zdolności prognostycznych modeli w przypadku doboru próby metodą losowania niezależnego	112
5.5. Charakterystyka wybranych modeli	115
5.6. Wpływ postaci zastosowanego modelu, techniki doboru próby oraz podziału danych na zbiór uczący i testowy na zdolności predykcyjne otrzymanych modeli	129
5.7. Uwagi końcowe.....	133

Rozdział VI

Model logitowy ze zmiennymi sztucznymi w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej	135
6.1. Uwagi wstępne	135
6.2. Propozycje rozszerzenia tradycyjnego modelu logitowego wykorzystywanego do przewidywania upadłości przedsiębiorstw w Polsce	137
6.3. Weryfikacja empiryczna przydatności modelu logitowego ze zmiennymi sztucznymi dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w Polsce	138
6.4. Modyfikacje tradycyjnych modeli logitowych dla przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce	146
6.5. Uwagi końcowe	156
Zakończenie	159
Literatura	165

WSTĘP

Jednym z najważniejszych przejawów praktycznego funkcjonowania gospodarki rynkowej jest zjawisko bankructwa firm. Bankructwo, z jednej strony, jest narzędziem oczyszczania się gospodarki przez eliminację firm działających w sposób nieefektywny ekonomicznie lub nieznajdujących swojego miejsca na rynku, z drugiej strony, fakt bankructwa firmy pociąga za sobą szereg negatywnych konsekwencji, będących społecznymi kosztami bankructwa. Jest nim przede wszystkim utrata pracy lub przynajmniej części zarobków przez załogę zbankrutowanej firmy. Wiąże się także ze stratami właścicieli lub udziałowców przedsięwzięcia. Jest porażką zarządu firmy, jeśli tylko nie jest to celowe doprowadzenie firmy do upadłości. Skala bankructw jest jedną z ważnych makroekonomicznych miar kondycji gospodarki. Wszystkie te negatywne konsekwencje bankructwa powodują, że wiedza o zagrożeniach egzystencji firmy jest wiedzą pilnie poszukiwaną przez praktykę gospodarczą.

Omawiane zjawisko jest także określane mianem upadłości firm. Bankructwo i upadłość nie są synonimami. Używając pojęcia bankructwa, akcentujemy aspekt ekonomiczny, polegający na zaprzestaniu prowadzenia przez firmę podstawowej działalności gospodarczej. Natomiast upadłość jest pojęciem prawnym, regulowanym w Polsce przez ustawę Prawo upadłościowe i naprawcze z 2003 roku. Mimo znacznych różnic w zakresach pojęciowych bankructwa i upadłości, w literaturze używa się ich bardzo często zamiennie. Tak też będzie ujęte w niniejszej pracy, przy czym zawsze chodzić będzie o ekonomiczny punkt widzenia, czyli o niezdolność do prowadzenia podstawowej działalności przez firmę.

Celem niniejszej pracy jest: dokonanie możliwie szerokiego i krytycznego przeglądu dotychczasowych osiągnięć w zakresie prognozowania bankructwa, osadzenie problematyki predykcji bankructwa w mikroekonomicznej teorii analizy finansowej, dokonanie szerszej analizy statystycznej zmiennych diagnozujących ryzyko bankructwa, analiza porównawcza efektywności prognostycznej podstawowych modeli przewidywania bankructwa oraz ich modyfikacja uwzględniająca wpływ zmieniającej się koniunktury gospodarczej na efektywność klasyfikacji firm do grupy zagrożonych bankructwem lub do grupy firm dobrze prosperujących.

Dotychczasowe wyniki badań w zakresie modelowania i prognozowania bankructwa nie dają satysfakcjonujących odpowiedzi na wiele zasadniczych pytań. Pierwszym z nich jest pytanie: jakiego typu modele są najbardziej odpowiednie dla celów prognozowania bankructwa?

W dotychczasowej praktyce prognozowania upadłości firm są głównie stosowane następujące typy modeli:

- modele dyskryminacyjne,
- modele logitowe,
- sieci neuronowe,
- drzewa klasyfikacyjne.

Dwa pierwsze typy wymienionych narzędzi prognostycznych mają charakter stochastyczny i należą do kanonu parametrycznych metod statystycznych. Natomiast sieci neuronowe oraz drzewa klasyfikacyjne są nieparametrycznymi metodami iteracyjnymi wchodzącymi w zakres szeroko rozumianych metod eksploracji danych (*data mining*). Mimo podejmowanych wielu prób nie otrzymano jednoznacznej odpowiedzi na powyższe pytanie.

Wobec braku rozstrzygnięć, jakiego typu modele są najbardziej odpowiednie dla celów prognozowania bankructwa, należy postawić dwa fundamentalne pytania. Po pierwsze, jaka jest wiarygodność prognozy bankructwa dla konkretnej firmy? W sensie statystycznym na to pytanie odpowiada błąd prognozy. Czy jednak klasyczne założenia dotyczące definiowania i liczenia średniego błędu prognozy są spełnione? To prowadzi do sformułowania drugiego z pytań: jaki jest charakter i źródła błędów popełnianych w procesie prognozowania bankructwa?

Jednym z tych źródeł jest wartościowy charakter wskaźników finansowych. Oczywiście, istnieją krajowe i międzynarodowe standardy sprawozdawczości finansowej, ale daleko jest jeszcze do ujednoczenia sposobu pomiaru wielkości finansowych. Problemy te występują nie tylko w skali międzynarodowej, ale także na poziomie krajowym. Rozważając np. raporty roczne spółek giełdowych, ma się do czynienia albo tylko z raportami nieskonsolidowanymi, albo zarówno z nieskonsolidowanymi, jak i skonsolidowanymi. W tym drugim przypadku raporty skonsolidowane są dostępne na ogół dla krótszych okresów niż w przypadku raportów nieskonsolidowanych. Dodatkowo raporty są przygotowywane zgodnie z różnymi standardami sprawozdawczości. W raportach rocznych danej spółki giełdowej można znaleźć powołania na ustawę o rachunkowości, międzynarodowe standardy sprawozdawczości finansowej lub polskie standardy sprawozdawczości finansowej. Precyzja pomiaru wskaźników finansowych jako zmiennych klasyfikujących do zbioru bankrutów lub „niebankrutów” nie jest więc zbyt wysoka.

Drugie możliwe źródło błędów to metoda doboru prób. W klasycznym ujęciu badań reprezentacyjnych próby z badanych populacji są wybierane drogą losową, a ponieważ populacje przedsiębiorstw nie są na ogół zbyt liczne, wymagałoby to losowania niezależnego. W praktyce dotychczasowego doboru prób na ogół nie przeprowadza się żadnego losowania. Z rejestru sądowego przedsiębiorstw upadłych lub innych dostępnych zbiorów danych bierze się wszystkie firmy upadłe w badanym okresie, czyli w istocie nie mamy do czynienia z próbą, a z populacją generalną. Do niej, nielosową metodą parowania, dobiera się przedsiębiorstwa dobrze funkcjonujące, o podobnych parametrach co przedsiębiorstwa upadłe. Nie można więc mówić o doborze losowym w sensie klasycznym, a więc także o błędzie próbkowania. Testowany błąd klasyfikacji nie wynika z tego, że operujemy próbkami losowymi.

Istotnym źródłem błędów w prognozowaniu bankructwa może być tak zwane bankructwo z przyczyn strategicznych. Zarządcy lub właściciele firmy dobrze prosperującej mogą celowo doprowadzić przedsiębiorstwo do bankructwa, wyprowadzając nieco wcześniej jego aktywa np. do „rajów podatkowych”. Żaden model predykcji bankructwa nie uwzględnia celowego działania zarządców firm w kierunku doprowadzenia ich do bankructwa.

Kolejnym źródłem błędów jest niestabilny charakter badanych populacji. Populacje bankrutów i przedsiębiorstw dobrze funkcjonujących w sytuacji koniunktury gospodarczej nie są identyczne z tymi populacjami w okresie kryzysu gospodarczego. Błąd prognozy może więc zależeć od tego, że model zbudowany został dla danych z okresu koniunktury, a prognoza budowana jest dla firmy w okresie recesji. Należy więc zapytać, czy uwzględnienie w modelach prognostycznych czynników koniunkturalnych może podnieść ich zdolność prognostyczną?

Zmiany otoczenia gospodarczego firm wpływają na ich bieżącą kondycję finansową i zdolność do kontynuowania działalności przez przedsiębiorstwo. Trafność prognoz bankructwa w dużym stopniu zależy od szybko zmieniającego się otoczenia zewnętrznego firm. Wnioskiem z powyższych rozważań jest stwierdzenie, że w procesie prognozowania bankructwa nie należy opierać się wyłącznie na wskaźnikach finansowych z przeszłości, a modyfikować je zmiennymi czasowymi wskazującymi na stan koniunktury. Zmiany otoczenia gospodarczego firm wpływają w zasadniczy sposób na ich bieżącą kondycję finansową i zdolność do kontynuowania działalności przez przedsiębiorstwo. Powstaje więc kluczowe pytanie: jak to w praktyce realizować?

Autorzy niniejszej pracy będą starali się odpowiedzieć na sformułowane powyżej pytania. Niestety, mają oni świadomość, że odpowiedzi mogą nie być w pełni satysfakcjonujące.

Przedstawiona praca ma w przeważającej mierze charakter empiryczny. Autorzy starają się formułować odpowiedzi na postawione wyżej pytania, posługując się wynikami przeprowadzonych przez siebie wszechstronnych analiz empirycznych, opartych na jednym z najobszerniejszych zbiorów danych, jaki został zgromadzony w warunkach polskich, a dotyczących sektora przetwórstwa przemysłowego.

Praca składa się z sześciu rozdziałów. W rozdziale pierwszym dano rys historyczny badań nad prognozowaniem bankructwa, poczynając od wcześniejszego ujęcia jednowymiarowego do analiz wielowymiarowych. Zwrócono uwagę, że modele prognozowania bankructwa należą do systemu narzędzi wczesnego ostrzegania i prognoz ostrzegawczych, których prekursorem w Polsce był profesor Zdzisław Hellwig. Spośród wielowymiarowych metod prognozowania bankructwa najstarszą i wciąż najczęściej stosowaną jest liniowa funkcja dyskryminacyjna Fishera, a pierwszym w świecie tego typu modelem jest model Altmana. W rozdziale tym przytoczono najwcześniejsze i najbardziej znane w świecie oraz w Polsce modele dyskryminacyjne prognozowania bankructwa. W kolejnym punkcie tego rozdziału przedstawiono modele logitowe jako narzędzie przewidywania upadłości firm. Model logitowy jest drugim pod względem częstości jego stosowania w praktyce narzędziem przewidywania bankructwa. Trzecim narzędziem, przedstawionym w niniejszej pracy, jest drzewo klasyfikacyjne. Jest to bardzo wygodna nieparametryczna metoda klasyfikacji obiektów, która również od dawna, lecz niezbyt często była stosowana do celów prognozowania bankructwa. W ostatnim punkcie pierwszego rozdziału przedstawiono sieci neuronowe. Przez wielu autorów uznawane są one jako najlepsze narzędzie prognozowania bankructwa. Rozdział pierwszy, w według autorów, przedstawia obecny stan badań nad ilościowymi metodami predykcji bankructwa i stanowi podstawę metodologiczną do przeprowadzenia badań empirycznych zaprezentowanych w dalszych częściach pracy.

Zagadnienia przewidywania upadłości firm rozpatrywane są albo na gruncie finansów przedsiębiorstw, przy wykorzystaniu tradycyjnych narzędzi analizy finansowej, gdzie małą uwagę zwraca się na metody analizy statystycznej, albo na gruncie statystyki i ekonometrii, gdzie z kolei nie przywiązuje się należytej uwagi do treści ekonomicznej przyjmowanych zmiennych diagnostycznych. Z tego powodu rozdział drugi poświęcono przypomnieniu konstrukcji i treści ekonomicznej, jakie niosą wskaźniki finansowe, będące zmiennymi diagnostycznymi w modelach predykcji bankructwa. Wobec tego powstaje pytanie: czy można wskazać na pewne wskaźniki szczególnie przydatne do tego celu? Posłużono się w tym celu przeglądem doświadczeń światowych w zakresie doboru wskaźników do modeli przewidywania bankructwa. Zwrócono także uwagę na wskaźniki

finansowe wybierane w modelach prognozowania bankructwa dla gospodarki polskiej.

Rozdział trzeci poświęcony został charakterystyce zbioru danych, na którym oparte zostały zaprezentowane w pracy badania empiryczne. Źródłem danych będących podstawą przeprowadzonych analiz była baza pochodząca z serwisu EMIS Intelligence – Polska, oparta na danych z Monitora Polskiego B. Serwis internetowy EMIS (Emerging Markets Information Service) jest rozwijany przez firmę ISI Emerging Markets od 1994 roku. Zawiera on informacje ekonomiczne, finansowe i polityczne o ponad 80 rynkach wschodzących na całym świecie. Zakres czasowy danych finansowych obejmował lata 2005-2009. Wybór 2005 roku jako dolnego ograniczenia zbioru był podyktowany koniecznością zachowania porównywalności danych. Z bazy znajdującej się w serwisie EMIS Intelligence – Polska pobrano dane dotyczące 22 zmiennych finansowych i 14 wskaźników finansowych. Ostatecznie baza zawierała 7329 rekordów opisujących 133 „bankrutów” (7,2%) i 1719 (92,8%) przedsiębiorstw „zdrowych”. Dane te dotyczyły sektora przetwórstwa przemysłowego, tym samym zachowany został postulat możliwej homogeniczności zbioru badanych obiektów. W dalszej części tego rozdziału przedstawiono rozkłady empiryczne uwzględnianych w dalszych badaniach wskaźników finansowych oraz ich parametryczną charakterystykę w postaci median, gdyż parametr ten jest odporny na często występujące w tym zbiorze wartości odstające.

W rozdziale czwartym przedstawiono statystyczną charakterystykę najczęściej uwzględnianych w badaniach empirycznych wskaźników finansowych. Dokonano oceny dynamiki kształtowania się podstawowych parametrów rozkładów wartości najważniejszych wskaźników finansowych oraz podjęto próbę identyfikacji postaci analitycznych rozkładów tych wskaźników. Celem przeprowadzonych badań było poszukiwanie odpowiedzi na pytanie, czy statystyczna charakterystyka rozkładów poszczególnych wskaźników finansowych uwzględnianych w modelach predykcji bankructwa może wskazywać na ich znaczenie jako zmiennych objaśniających w tych modelach.

Rozdział piąty zawiera analizę porównawczą podstawowych modeli prognozowania bankructwa na przykładzie przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce. W szczególności, w oparciu o dane finansowe tego sektora przedsiębiorstw, zaprezentowano analizę porównawczą zdolności prognostycznych najczęściej wykorzystywanych typów modeli, a to: modeli dyskryminacyjnych, modeli logitowych, drzew klasyfikacyjnych oraz sieci neuronowych. W przeprowadzonej analizie zwrócono także uwagę na wpływ metody doboru próby z populacji bankrutów i „niebankrutów” oraz proporcji, w jakiej dokonano podziału zbioru danych na próbę uczącą

i testową, na zdolności predykcyjne otrzymanych modeli. Porównano zdolności prognostyczne modeli w przypadku doboru próby metodą parowania oraz w przypadku doboru próby metodą losowania niezależnego. W dalszej części rozdziału przedstawiono charakterystykę zdolności prognostycznych wybranych modeli. W części końcowej rozpatrzono wpływ postaci formalnej przyjętego modelu, techniki doboru próby oraz podziału danych na zbiór uczący i testowy, na zdolności predykcyjne otrzymanych modeli. W mniemaniu autorów, badania te rzucają nowe światło na problematykę budowy prognoz bankructwa przedsiębiorstw.

Rozdział szósty poświęcono problematyce dynamizacji modeli predykcji bankructwa. Według autorów, do tego celu najbardziej nadaje się model logitowy. W rozdziale tym zaproponowano modyfikację klasycznego modelu logitowego przez propozycję jego rozszerzenia o zmienne jakościowo-ilościowe. Następnie dokonano weryfikacji empirycznej przydatności modelu logitowego ze zmiennymi sztucznymi dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw. To doprowadziło do zaproponowania modyfikacji modeli logitowych dla przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce. Wszechstronna analiza empiryczna zaprezentowana w tym rozdziale wskazuje, że model logitowy ze zmiennymi sztucznymi jest użytecznym narzędziem prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej. Niemniej problem dynamizacji modeli predykcji bankructwa pozostaje nadal problemem otwartym.

Autorzy mają nadzieję, że wyniki badań i ich interpretacje, zaprezentowane w przedłożonej czytelnikowi pracy, wniosą wkład w głębsze poznanie mechanizmów rządzących procesami upadłości. Pozwolą również na bardziej racjonalne posługiwanie się narzędziami ilościowymi przewidywania bankructwa firm.

ROZDZIAŁ I

PODSTAWOWE MODELE PROGNOZOWANIA BANKRUCTWA

1.1. Prognozowanie bankructwa jako problem badawczy

Bankructwo jest nieodłącznym elementem gospodarki rynkowej. Stanowi ono system samooczyszczania się gospodarki przez eliminację firm nieefektywnych ekonomicznie lub nieznajdujących swojego miejsca na rynku. Możliwość jego prognozowania pozwala na ewentualne podjęcie przez zarząd firmy działań naprawczych, które nie dopuszczają do zrealizowania się tego negatywnego dla firmy scenariusza. Z drugiej strony, fakt bankructwa firmy pociąga za sobą szereg negatywnych konsekwencji, będących społecznymi kosztami bankructwa. Jest nim przede wszystkim utrata pracy lub przynajmniej części zarobków przez załogę zbankrutowanej firmy oraz wiąże się ze stratami właścicieli lub udziałowców. Jest także porażką zarządu, jeśli tylko nie jest to celowe doprowadzenie firmy do upadłości. Wszystkie te negatywne konsekwencje bankructwa powodują, że wiedza o zagrożeniach egzystencji firmy jest wiedzą pilnie poszukiwaną przez praktykę gospodarczą.

Zagadnienie prognozowania upadłości firmy rozpatrywane jest zazwyczaj z różnych punktów widzenia. Najważniejsze z nich to punkty widzenia [Pociecha 2007b]:

1. kierownictwa firmy jako jednej z najważniejszych przesłanek dla podejmowania decyzji gospodarczych,
2. banku – w procesie podejmowania decyzji o udzieleniu kredytu,
3. inwestora i analityka finansowego – w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych na rynku kapitałowym,
4. biegłego rewidenta – w procesie rewizji sprawozdania finansowego,
5. instytucji rządowych i organizacji gospodarczych zainteresowanych oceną stanu gospodarki.

Wygodnym narzędziem oszacowania prawdopodobieństwa bankructwa jest zbudowanie modelu predykcji bankructwa. Model ten jest częścią systemu wczesnego ostrzegania o sytuacji ekonomiczno-finansowej firmy.

W literaturze polskiej pierwszym, który podjął badania nad prognozami ostrzegawczymi, był profesor Zdzisław Hellwig [Hellwig i Polak 1986]. Idee budowy prognoz ostrzegawczych zapoczątkowane przez profesora Hellwiga rozwinięte zostały w pracach profesora Urszuli Siedleckiej, a ich całościowa koncepcja zawarta została w pracy [Siedlecka 1996]. Podaje ona między innymi następującą definicję systemu wczesnego ostrzegania: „Jest to system informacyjno-ostrzegawczy emitujący sygnały ostrzegawcze o wystąpieniu w niektórych obszarach zagrożenia niepomyślną sytuacją, dostarczający przy tym użytkownikowi istotnych, syntetycznych informacji niezbędnych do analizowania sytuacji gospodarczej” [Siedlecka 1996, s. 103].

Systemy wczesnego ostrzegania niekoniecznie muszą obejmować jedynie problemy makroekonomiczne, lecz przede wszystkim mikroekonomiczną sferę gospodarki z jej podstawowymi jednostkami, jakimi są przedsiębiorstwa i gospodarstwa domowe. Systemy wczesnego ostrzegania odgrywają ważną rolę w zarządzaniu strategicznym przedsiębiorstwa. Ich podstawowym zadaniem jest sygnalizowanie wszelkich zagrożeń wewnątrz przedsiębiorstwa lub w jego otoczeniu. Podstawowym zagrożeniem dla funkcjonowania przedsiębiorstwa jest zagrożenie jego upadłością. W systemach wczesnego ostrzegania przedsiębiorstw kluczową rolę odgrywają modele i metody prognozowania bankructwa [Pociecha 2011].

W teorii i praktyce prognozowania bankructwa sformułowano wiele typów modeli predykcji. Ich wyczerpującą klasyfikację przedstawił [McKee 2000]. Wymienia on następujące typy procedur i modeli:

- jednowymiarowe modele wskaźnikowe,
- wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna,
- modele prawdopodobieństwa liniowego,
- modele logitowe i probitowe,
- drzewa decyzyjne,
- modele hazardu,
- systemy eksperckie,
- programowanie matematyczne,
- sieci neuronowe,
- zastosowania teorii zbiorów rozmytych i zbiorów przybliżonych.

Do powyższej systematyzacji metod należy dodać drzewa klasyfikacyjne, ostatnio często stosowane jako narzędzie przewidywania bankructwa.

Klasycznym podejściem do oceny prawdopodobieństwa bankructwa firmy jest wykonanie analizy jej sprawozdania finansowego. W analizie finansowej definiowany jest cały szereg wskaźników (patrz np. [Sierpińska i Jachna 1997] lub [Wędzki 2006]), obliczanych na podstawie bilansu, rachunku zysków i strat oraz rachunku przepływów pieniężnych. Tradycyjnie wyróżnia się następujące podstawowe grupy wskaźników finansowych:

- wskaźniki płynności,
- zadłużenia (wspomagania finansowego),
- efektywności działania (obrotowości),
- rentowności,
- wartości rynkowej firmy.

Wskazuje się, że wiele z nich może być wykorzystanych jako predyktory ryzyka bankructwa firmy. Jako kryterium klasyfikacji przyjmowano pewne wartości progowe dla wybranych wskaźników finansowych, jednak bez formalnego ich powiązania między sobą. Oznacza to, że w istocie dokonywano klasyfikacji firm w przestrzeniach jednowymiarowych, a następnie drogą analizy logicznej formułowano opinie dotyczące ryzyka bankructwa firmy.

Spośród tego typu prac najwcześniejszy jest artykuł [FitzPatrick 1932]. Porównał on wielkości wskaźników finansowych dobrze funkcjonujących firm oraz bankrutów [Rogowski 1999]. Wartości wybranych wskaźników dla 19 firm wypłacalnych oraz 19 firm niewypłacalnych obliczone zostały za okres trzech lat. Wybrane przedsiębiorstwa były podobne pod względem branży, wielkości oraz położenia geograficznego. Według FitzPatricka najbardziej diagnostycznymi wskaźnikami były:

- wynik finansowy netto/kapitał (fundusz) własny,
- kapitał własny/kapitał obcy.

Autor zaproponował procedurę porównywania parami przedsiębiorstw wypłacalnych i niewypłacalnych.

Badania nad wskazaniem najbardziej diagnostycznych wskaźników finansowych były kontynuowane w szerszym zakresie przez National Bureau of Economic Research [Merwin 1942] lub np. [Rogowski 1999]. Przeanalizowano 939 firm amerykańskich, w tym 538 firm upadających oraz 401 firm o dobrej kondycji finansowej z lat 1926-1936. Jako najbardziej diagnostyczne wskaźniki C.L. Merwin uznał:

- kapitał obrotowy netto/kapitał całkowity,
- kapitał (fundusz) własny/kapitał obcy,
- aktywa bieżące/pasywa bieżące.

Badania wykazały, że na sześć lat przed wykreśleniem z rejestru spółek wskaźniki te wykazywały znaczące różnice pomiędzy grupami przedsiębiorstw wypłacalnych i niewypłacalnych. Podstawowym wkładem C.L. Merwina w rozwój systemów wczesnego ostrzegania jest to, że jako pierwszy policzył średnie arytmetyczne dla poszczególnych grup przedsiębiorstw oraz przeprowadził analizę profilową dla porównywania przedsiębiorstw wypłacalnych i niewypłacalnych.

Prekursorem współczesnych metod prognozowania bankructwa był W.H. Beaver, który w 1966 roku przedstawił wyniki swoich badań nad upadłością przedsiębiorstw amerykańskich [Beaver 1966] lub np. [Pociecha

2006]. Zbadał on 79 przedsiębiorstw, które miały problemy z regulowaniem swoich zobowiązań, oraz 79 przedsiębiorstw o dobrej sytuacji finansowej. W wyniku przeprowadzonych badań uznał on, że wskaźnik przepływów pieniężnych liczony jako stosunek *cash flow* (dochód netto + amortyzacja) do zobowiązań ogółem jest najlepszym predyktorem ryzyka bankructwa. Beaver podzielił badaną przez siebie próbę przedsiębiorstw na dwie podgrupy: bankrutów i niebankrutów, przyjmując dwie wartości progowe wskaźnika przepływów pieniężnych 0,03 oraz 0,07. Firmy, w których wartość badanego wskaźnika mieściła się poniżej wartości progowych, zaliczone zostały do grupy bankrutów. Z badań przeprowadzonych dla gospodarki amerykańskiej w latach 1977-1984 [Holmen 1988] wynika, że zdolność prognostyczna modelu Beavera wahała się dla wartości progowej 0,07 – w granicach 70-92%, a dla wartości 0,03 – w granicach 56-83%.

Metodę analizy profilowej kontynuował P. Weibel w badaniach opublikowanych w 1973 roku [Zaleska 2002]. Przeprowadził on analizę 36 przedsiębiorstw wypłacalnych i 36 przedsiębiorstw niewypłacalnych, które w latach 1960-1971 były klientami pewnego banku szwajcarskiego. Analizowane podmioty gospodarcze stanowiły jednolitą grupę ze względu na ich wielkość (były to małe i średnie firmy), czas działania na rynku, terytorium działalności, formę prawną oraz branżę. Weibel wybrał do analizy 41 wskaźników finansowych opartych wyłącznie na danych bilansowych i przetestował je, porównując parami dla firm, z których jedna była wypłacalna, a druga niewypłacalna. W efekcie sformułował wniosek, że do prognozowania upadłości przedsiębiorstwa konieczne są dane bilansowe, a jako cechy diagnostyczne należy uznać wskaźniki struktury finansowania, płynności i obrotowości.

Naturalnym wzbogaceniem metodologii badawczej prognozowania bankructwa było przejście od analizy jednowymiarowej do analizy wielowymiarowej. Pomostem do przejścia od analizy jednowymiarowej do analizy wielowymiarowej jest wielowymiarowa analiza porównawcza, zapoczątkowana pracą [Hellwig 1968]. Istotą wielowymiarowej analizy porównawczej jest stworzenie zmiennej syntetycznej, która jest narzędziem porządkowania liniowego obiektów. W interpretacji geometrycznej jest to procedura rzutowania obiektów z wielowymiarowej przestrzeni cech na prostą. Metoda ta także została zastosowana w Polsce do klasyfikacji przedsiębiorstw ze względu na ryzyko bankructwa. Przykładem może być praca [Sojak i Stawicki 2001].

We współczesnej analityce gospodarczej stosowane są dwa podejścia do przewidywania upadłości firm. Pierwsze z nich, które również pojawiło się wcześniej, to podejście probabilistyczne. Tutaj stosowane są dwie podstawowe metody statystyczne: wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna oraz modele logitowe. Drugie podejście, które rozwinęło się nieco później

wraz z rozwojem efektywnych środków obliczeniowych, to podejście iteracyjne, nieparametryczne, związane z rozwojem metod sztucznej inteligencji. Wśród nich ważną rolę odgrywa uczenie maszynowe (*Machine Learning*). Tutaj szczególne znaczenie mają drzewa klasyfikacyjne oraz sieci neuronowe. W dalszej części tego rozdziału zaprezentowano historyczny rozwój wymienionych powyżej czterech metod oraz osiągnięcia teoretyczne i aplikacyjne związane z ich zastosowaniem jako narzędzia predykcji bankructwa, a także ich ograniczenia i krytyczną analizę.

1.2. Modele dyskryminacyjne

Najprostszy dyskryminacyjny model klasyfikacji wielowymiarowej zakłada, że mamy dwie populacje opisane pewnym zestawem cech (przeźreń klasyfikacji) oraz wektory n_1 oraz n_2 obserwacji pochodzących z tych populacji. R.A. Fisher w 1936 roku [Fisher 1936] zaproponował funkcję liniową (dyskryminator) jako narzędzie klasyfikacji indywidualnego obiektu do jednej z dwóch populacji. Metoda ta polega na znalezieniu takiej liniowej transformacji oryginalnych zmiennych, aby możliwie najlepiej odseparować od siebie obserwacje należące do różnych populacji. Prowadzi to do sformułowania zasad alokacji wyróżnionego obiektu do jednej z dwóch populacji. Metoda dyskryminacji liniowej Fishera stosowana była najpierw w badaniach przyrodniczych, następnie przyjęta została również w badaniach psychologicznych oraz społeczno-ekonomicznych [Pociecha 2006]. Literatura dotycząca idei, formalizacji oraz zastosowań liniowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera jest bardzo obszerna. Spośród literatury polskiej można tutaj wskazać np. na źródłowe prace: [Perkal 1963; Jajuga 1990; Gatnar 1998; Hadasik 1998].

E.I. Altman był pierwszym, który w roku 1968 wykorzystał liniową funkcję dyskryminacyjną Fishera dla celów prognozowania bankructwa [Altman 1968]. Wyodrębnił on dwie grupy firm amerykańskich: bankrutów i niebankrutów. Jego próba wynosiła 66 korporacji, spośród których 33 stanowiły przedsiębiorstwa, które zbankrutowały w latach 1946-1965, a 33 to wylosowane firmy działające na rynku amerykańskim, które nie zbankrutowały w badanym okresie. Źródłem danych były sprawozdania finansowe tych przedsiębiorstw (dla bankrutów z roku poprzedzającego bankructwo). Wstępnie rozpatrywał on 22 wskaźniki finansowe, reprezentujące klasyczne ich grupy: płynność finansową, rentowność, wspomaganie finansowe, wypłacalność i aktywność ekonomiczną. Po wstępnej analizie ekonomicznej, opartej na doświadczeniu profesjonalnym audytorów, do modelu wybranych zostało 5 wskaźników finansowych.

Klasyczny model Altmana, nazwany przez autora „*Z-Score model*”, jest następujący:

$$Z = 1,2 X_1 + 1,4 X_2 + 3,3 X_3 + 0,6 X_4 + 1,0 X_5,$$

gdzie:

- X_1 – kapitał pracujący/majątek ogółem,
- X_2 – zysk zatrzymany/majątek ogółem,
- X_3 – zysk przed opodatkowaniem (EBIT)/majątek ogółem,
- X_4 – wartość rynkowa kapitału akcyjnego/wartość księgową zadłużenia,
- X_5 – przychody ze sprzedaży/majątek ogółem.

Wartość krytyczna (progowa) zmiennej Z wyniosła 2,675. Według badań Altmana zdolność poprawnej klasyfikacji w prezentowanym modelu wynosiła 95%, przy czym błąd klasyfikacji I typu (zaklasyfikowanie bankruta jako niebankruta) wynosił 6%, a błąd II typu (zaklasyfikowanie niebankruta jako bankruta) wynosił 3%. W rezultacie badań dotyczących minimalizacji prawdopodobieństwa błędnej klasyfikacji, Altman przyjął następujące wartości graniczne (Z) dla prognozowania bankructwa:

- 1,81 lub mniej – duże prawdopodobieństwo bankructwa firmy (strefa I – wszystkie firmy w próbie zbankrutowały),
- 3,00 lub więcej – niskie prawdopodobieństwo bankructwa firmy (strefa II – żadna firma nie zbankrutowała),
- $1,81 < Z < 2,67$ – niepewna przyszłość firmy.

[Altman, Haldeman i Narayanan 1977] przedstawili drugą generację modelu, wprowadzając wiele modyfikacji w stosunku do modelu pierwotnego. Nazwali go modelem ZETA®. Parametry tego modelu zostały wyznaczone na podstawie próby obejmującej 53 firmy, które zbankrutowały, oraz 58 firm działających na rynku amerykańskim w latach 1969-1975. Autorzy rozpatrywali 27 potencjalnych zmiennych w postaci wskaźników finansowych i innych miar charakteryzujących potencjał badanych firm. Po zastosowaniu iteracyjnej procedury redukcji zmiennych, będących wymiarem przestrzeni klasyfikacji, ostatecznie przyjęli oni 7 zmiennych: zwrot z majątku, stabilność przychodów, obsługa długu, skumulowana zyskowność, płynność, stopień skapitalizowania majątku, wielkość firmy. Skonstruowany model został prawnie zastrzeżony przez autorów, jego parametry nie zostały więc ujawnione, a autorzy wykorzystywali go w celach komercyjnych.

E.I. Altman również później wielokrotnie modyfikował zaprezentowane modele i testował je na różnych próbach firm. Podsumowanie doświadczeń z budową i zastosowaniami zaproponowanych modeli zawarł on w pracy [Altman 2000].

Liniowa funkcja dyskryminacyjna zaproponowana jako narzędzie przewidywania bankructwa była stosowana i weryfikowana w wielu krajach [Pociecha 2006]. Po jej pierwszych zastosowaniach dla gospodarki amerykańskiej przeniesiona została do gospodarki niemieckiej. Beerman [1976] oszacował parametry liniowej funkcji dyskryminacyjnej dla przedsiębiorstw niemieckich.

Przyjął on 10 zmiennych będących podstawowymi wskaźnikami finansowymi charakteryzującymi przedsiębiorstwa niemieckie. Specyfiką podejścia Beermana było to, że szacował on funkcje dyskryminacyjne oddzielnie dla każdego roku, co pozwoliło mu osiągnąć błąd klasyfikacji na poziomie 7,1%. Później model Altmana został adaptowany dla prognozowania bankructwa w gospodarkach innych krajów zachodnioeuropejskich, Kanady, Japonii i Australii. Przegląd zastosowań modeli Altmana oraz analogicznych liniowych funkcji dyskryminacyjnych prognozowania bankructwa w różnych krajach świata zamieszczony został między innymi w pracach [Mossman, Bell, Swartz i Turtle 1998; Ganesalingham i Kuldeep Kumar 2001; Hołda 2001c].

Oryginalny model Altmana był także stosowany w latach dziewięćdziesiątych dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w gospodarce polskiej. Jednak bezpośrednia stosowalność tego modelu była kwestionowana. Po pierwsze, oryginalny model Altmana był oszacowany dla gospodarki amerykańskiej, na podstawie danych z połowy ubiegłego wieku. Po drugie, system gospodarczy Stanów Zjednoczonych odbiega istotnie od gospodarki polskiej. Po trzecie, system rachunkowości stosowany w USA jest systemem anglosaskim, a polski system rachunkowości należy do systemu kontynentalnego (niemiecko-francuskiego), czego konsekwencją jest brak pełnej porównywalności zmiennych finansowych.

Pierwszym dyskryminacyjnym modelem prognozowania bankructwa w gospodarce polskiej był model E. Mączyńskiej. Zastosowała ona multiplikacyjny model uproszczonej analizy dyskryminacyjnej do przewidywania upadłości polskich firm [Mączyńska 1994]. Kolejnym wczesnym modelem prognozowania bankructwa polskich firm jest model dyskryminacyjny [Pogodzińska i Sojak 1995].

Rozwiniętym zastosowaniem liniowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera, według idei Altmana, jest model predykcji bankructwa dla polskich firm zaprezentowany w pracy [Gajdka i Stos 1996]. Próba składała się z 40 przedsiębiorstw przemysłowych, z których połowę stanowili bankrucci, a drugą połowę dobre firmy, notowane na giełdzie warszawskiej. Autorzy rozpatrywali 20 wskaźników finansowych, spośród których wybrano 5 o najwyższych zdolnościach predykcyjnych.

Podstawowy model dyskryminacyjny Gajdki i Stosa jest następujący:

$$Z = 0,201X_1 + 0,001X_2 + 0,761X_3 - 0,966X_4 - 0,341X_5,$$

gdzie:

- X_1 – efektywność aktywów,
- X_2 – rotacja zobowiązań w dniach,
- X_3 – stopa zwrotu aktywów,
- X_4 – stopa zysku brutto,
- X_5 – stopa zadłużenia.

Wartość zmiennej Z równa 0,44 była wartością graniczną dla zaklasyfikowania firmy do grupy bankrutów (niebankrutów).

Podstawową polską pracą z lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku, w której przedstawiono wyniki budowy i oszacowania parametrów wielu wariantów liniowych funkcji dyskryminacyjnych, jest monografia [Hadasik 1998]. Zaprezentowano w niej dziewięć modeli, z których każdy został używany dla innej próby lub procedury doboru zmiennych do modelu. Zmienne dyskryminujące dobierano metodą krokową z obszernej listy wskaźników ekonomiczno-finansowych.

Przytoczymy tutaj parametry modelu pierwszego (MOD-1) dla standaryzowanej postaci wskaźników (zmiennych dyskryminujących). Model ten oszacowano na podstawie próby obejmującej 22 przedsiębiorstwa upadłe i 22 przedsiębiorstwa „zdrowe”. Wykorzystano krokową analizę dyskryminacyjną „w przód”. Otrzymano następujący model:

$$D(SW) = -1,25 SW_5 + 1,22 SW_9 - 1,55 SW_{12} + 0,59 SW_{17},$$

gdzie zmiennymi dyskryminującymi są następujące wskaźniki finansowe:

SW_5 – standaryzowany wskaźnik ogólnego zadłużenia,

SW_9 – wskaźnik rotacji należności,

SW_{12} – cykl odnawiania zapasów,

SW_{17} – wskaźnik rentowności zapasów.

Wartością progową powyższej funkcji dyskryminacyjnej jest zero, co oznacza, że jeśli $D(SW) > 0$, to przedsiębiorstwo należy zaliczyć do niezagrażonego upadłością, a jeśli $D(SW) < 0$, to przedsiębiorstwo jest zagrożone upadłością.

Ogólna trafność klasyfikacji dla tego modelu wynosiła 93,1%.

Pozostałe zaprezentowane tam modele oszacowane zostały przy zmieniających się podejściach dotyczących wielkości prób oraz procedury doboru zmiennych. Główne rezultaty przeprowadzonych badań zawarte zostały także w pracy [Appenzaller 1998].

Liniowe funkcje dyskryminacyjne dla prognozowania bankructwa polskich firm przedstawione zostały również przez A. Hołdę w jego pracach z początku tego wieku. W pracy [Hołda 2001a] dysponował on próbą firm, które zbankrutowały, obejmującą 40 przedsiębiorstw, tej samej wielkości była próba niebankrutów. Dane finansowe dotyczyły lat 1993-1996. Wstępnie wziął pod uwagę 28 wskaźników finansowych, reprezentujących płynność finansową, zadłużenie, obrotowość oraz rentowność, których wartości można ustalić na podstawie sprawozdania finansowego. Na podstawie analizy merytorycznej oraz procedury iteracyjnej wstępny zestaw zmiennych dyskryminacyjnych ograniczył on do pięciu wskaźników:

- podstawowy wskaźnik płynności (PWP) = majątek obrotowy/zobowiązania krótkookresowe,

- stopa zadłużenia (SZ) = [zobowiązania ogółem/suma bilansowa] x 100,
- zyskowość majątku (ZM) = [zysk (strata) netto/średnioroczny majątek ogółem] x 100,
- wskaźnik obrotu zobowiązań (WOZ) = [średnioroczne zobowiązania krótkoterminowe/koszt sprzedanych produktów, towarów i materiałów] x 360,
- rotacja majątku (RM) = przychody z ogółu działalności/średnioroczny majątek ogółem.

Otrzymana liniowa funkcja dyskryminacyjna (Z_H), która minimalizuje liczbę błędnych klasyfikacji, dla polskich firm jest następująca:

$$Z_H = 0,605 + 6,81 \cdot 10^{-1} PWP - 1,96 \cdot 10^{-2} SZ + 1,57 \cdot 10^{-1} RM + 9,69 \cdot 10^{-3} ZM + 6,72 \cdot 10^{-4} WOZ.$$

W modelu tym wartością progową jest zero. Ujemna wartość funkcji Z_H wskazuje na bankruta, a dodatnia na „niebankruta”. Zdolność do poprawnej klasyfikacji w tym modelu wynosiła 92,5%, błąd klasyfikacji I typu wyniósł 5%, a typu II wyniósł 10%.

Trójstopniowa interpretacja wartości oszacowanej liniowej funkcji dyskryminacyjnej Z_H jest następująca [Hołda 2001b]:

- $Z_H \leq -0,3$ – wysoka szansa bankructwa,
- $-0,3 < Z_H < 0,1$ – szansa bankructwa nieokreślona (niepewna przyszłość firmy),
- $Z_H \geq 0,1$ – niska szansa bankructwa.

Dalsze rozwinięcie analiz dyskryminacyjnych i prognozowania bankructwa zawarte jest w pracy [Hołda 2006].

Od początku bieżącego stulecia w literaturze polskiej zaczęły lawinowo pojawiać się publikacje prezentujące rezultaty oszacowań liniowej funkcji dyskryminacyjnej jako narzędzia prognozowania bankructwa. Niemal każdy szanujący się ośrodek analiz ekonomicznych publikował własny model dyskryminacyjny predykcji bankructwa. Ze względu na ich ilość nie będą w niniejszym przeglądzie przytaczane.

Klasyczna metoda dyskryminacji Fishera była z czasem rozszerzana przez wprowadzenie nieliniowych form funkcji dyskryminacyjnych. Również i dla celów prognozowania bankructwa firmy stosowano kwadratową funkcję dyskryminacyjną [Pociecha 2006]. Jedną z pierwszych prób w tym zakresie reprezentuje praca [Pinches i Mingo 1973]. W literaturze można znaleźć prace, w których porównywano funkcje liniowe z kwadratowymi. Do tego problemu ustosunkował się także [Altman 2000]. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdza on wstępnie, że liniowa struktura funkcji klasyfikacyjnej często nie jest odpowiednia, a efektywniejsza może być struktura kwadratowa. Z drugiej strony, prezentowane przez niego wyniki

badań empirycznych wskazują, że ogólna zdolność do poprawnej klasyfikacji w modelu liniowym i kwadratowym jest taka sama (92,8%), przy czym dla bankrutów lepsza jest liniowa – 96,2%, a kwadratowa – 94,3% dla niebankrutów. Istotna jest jednak szybkość utraty zdolności do poprawnej klasyfikacji w miarę cofania się w czasie od momentu bankructwa. I tak dla danych sprzed pięciu lat przed bankructwem zdolność do poprawnej klasyfikacji dla funkcji liniowej wynosiła 76,8%, a dla funkcji kwadratowej 69,7%. Reasumując, należy stwierdzić, że zastosowanie kwadratowej funkcji dyskryminacyjnej nie poprawia w istotny sposób zdolności predyktywnej modelu prognozowania bankructwa.

Z zaprezentowanego krótkiego przeglądu światowych i polskich zastosowań metody wielowymiarowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera dla celów prognozowania bankructwa wynika, że jest to metoda chętnie i często stosowana. Należy jednak postawić pytanie o spełnianie założeń leżących u podstaw metody dyskryminacyjnej, a są to ważne założenia. Wymagania związane z metodologiczną poprawnością stosowania metod dyskryminacyjnych prowadzą do szerokiej dyskusji nad możliwością i odpowiednością stosowania metod analizy dyskryminacyjnej dla celów prognozowania bankructwa firmy. Kluczowe znaczenie dla zbudowania poprawnego metodologicznie i użytecznego praktycznie modelu prognozowania bankructwa ma odpowiedni dobór zestawu zmiennych dyskryminujących. Niemniej, jak dotąd, modele dyskryminacyjne są najczęściej stosowanym w świecie i Polsce narzędziem prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

1.3. Modele logitowe

Modele logitowe należą do klasycznych modeli klasyfikacji binarnej, to jest takich, w których zmienna objaśniana przyjmuje tylko dwie wartości. Przy analizowaniu zagrożenia upadłością przedsiębiorstwa badamy wpływ zmiennych objaśniających, które mogą być cechami jakościowymi lub ilościowymi, na zmienną objaśnianą o charakterze jakościowym, przy założeniu logistycznej postaci analitycznej natężenia poszczególnych zmiennych objaśniających. Jeśli zmienna objaśniana ma charakter dychotomiczny (przedsiębiorstwo o dobrej kondycji finansowej, przedsiębiorstwo o złej kondycji), to mamy do czynienia z modelem dwumianowym. Gdy zmienna objaśniana jest cechą jakościową wielowariantową (bankrut, średnia kondycja finansowa, dobra kondycja finansowa itp.), to mamy do czynienia z modelem wielomianowym uporządkowanym.

Wartości zmiennej objaśnianej wskazują na wystąpienie lub brak wystąpienia pewnego zdarzenia, które chcemy prognozować. Regresja logistyczna pozwala na obliczanie prawdopodobieństwa tego zdarzenia jako prawdopodobieństwa sukcesu według wzoru:

$$P(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} \quad (1.1)$$

lub

$$P(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (1.2)$$

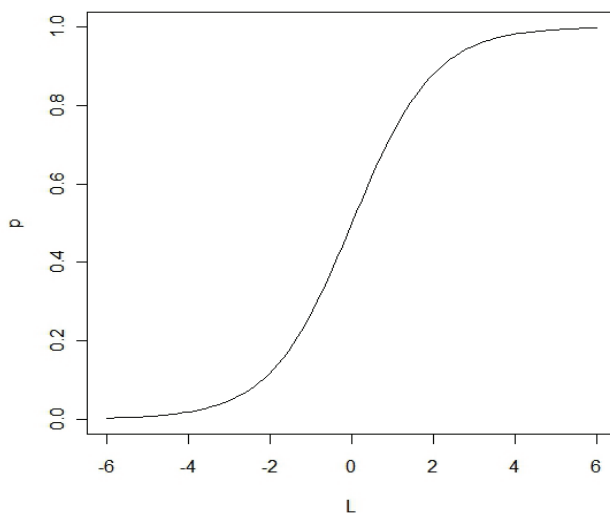
Wykres funkcji logistycznej podającej prawdopodobieństwo bankructwa jest zobrazowany na rysunku 1.1.

Z punktu widzenia formalnego model regresji logistycznej jest uogólnionym modelem liniowym (GLM), w którym wykorzystano formułę logitu jako funkcji wiążącej [McCulloch i in. 2009]. Logitem nazywamy funkcję przekształcającą prawdopodobieństwo na logarytm ilorazu szans, czyli:

$$L = \text{logit}(p) = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \ln(p) - \ln(1-p). \quad (1.3)$$

W modelu logitowym przyjmuje się, że dystrybuenta F prawdopodobieństwa sukcesu jest dystrybuantą rozkładu logistycznego, czyli:

$$p = F(\beta_0 + \beta_1 + \dots + \beta_k + \varepsilon) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon)}. \quad (1.4)$$



Rys. 1.1. Logistyczna funkcja prawdopodobieństwa bankructwa

Logit jest więc logarytmem ilorazu szans bankructwa i „niebankructwa” firmy. Jeżeli te szanse są jednakowe, to jest $p = 0,5$, a logit jest równy zero, dla $p > 0,5$ logit jest dodatni, a gdy $p < 0,5$ jest on ujemny.

Po przekształceniu logitowym można przystąpić do badania zależności pomiędzy wartościami logitu a zmiennymi objaśniającymi, będącymi odpowiednimi wskaźnikami finansowymi, przyjmując najczęściej liniowy model ekonometryczny o postaci:

$$L = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon. \quad (1.5)$$

Parametry powyższego modelu można szacować uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów, a przy małej liczbie obserwacji metodą największej wiarygodności. Szczegóły procedur estymacyjnych funkcji logitowej metodą największej wiarygodności można znaleźć np. w [Gruszczyński 2010].

Zbliżoną do analizy logitowej jest analiza probitowa. Jest ona oparta na założeniu, że dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa bankructwa firmy jest dystrybuantą standaryzowanego rozkładu normalnego. Jeśli założymy, że prawdopodobieństwo bankructwa firmy wynosi $P(x)$ i jest uzależnione od pewnego wektora wskaźników finansowych, to przekształcenie probitowe przyjmuje następującą postać:

$$P(x) = F(\beta_0 + \beta_{1x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta_0 + \beta_{1x}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du, \quad (1.6)$$

przy czym zmienna losowa U ma rozkład normalny $N(0,1)$.

Wtedy:

$$F^{-1}[P(x)] = \beta_0 + \beta_{1x}, \quad (1.7)$$

gdzie F^{-1} jest funkcją odwrotną do dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego. Wartości tej funkcji nazywane są probitami.

W literaturze znane są przykłady stosowania modelu probitowego do prognozowania upadłości firm, jednak doświadczenia wskazują, że jest to narzędzie bardziej restrykcyjne i niedające lepszych rezultatów niż zastosowanie klasycznego modelu logitowego.

Pierwszym, który zastosował model logitowy do prognozowania bankructwa, był [Ohlson 1980]. Zmienne do swojego modelu wybierał, opierając się na wskazaniach literatury z zakresu analizy finansowej [Pociecha 2007a]. W efekcie uwzględnił w modelu 9 wskaźników finansowych. Jego próba składała się ze 105 bankrutów i 2058 dobrze funkcjonujących firm

w latach 1970-1976. Model Ohlsona (w formie syntetycznej) przedstawiał się następująco:

$$Y = -1,3 - 0,4X_1 + 6,0X_2 - 1,4X_3 + 0,1X_4 - 2,4X_5 - 1,8X_6 + 0,3X_7 - \\ - 1,7X_8 - 0,5X_9,$$

gdzie:

- X_1 – log (aktywa ogółem/ogólny indeks cen),
- X_2 – zobowiązania ogółem/aktywa ogółem,
- X_3 – kapitał pracujący/aktywa ogółem,
- X_4 – zobowiązania bieżące/aktywa obrotowe,
- $X_5 = 1$, gdy zobowiązania ogółem przekraczają aktywa ogółem,
0 w przeciwnym przypadku,
- X_6 – zysk netto/aktywa ogółem,
- X_7 – przychody/zobowiązania ogółem,
- $X_8 = 1$, gdy firma przynosiła straty w ciągu ostatnich dwóch lat, w przeciwnym przypadku 0, X_9 – miara zmian zysku netto.

Odtąd nastąpił gwałtowny rozwój zastosowań modelu logitowego dla celów prognozowania bankructwa. Spośród wielu publikacji z tego zakresu można zwrócić uwagę na pracę [Zavgren 1985], której autor oszacował funkcję logistyczną na podstawie 45 firm, które zbankrutowały oraz 45 znajdujących się w bezpiecznej kondycji finansowej. Kolejnym interesującym przykładem funkcji logitowej wykorzystanej do przewidywania upadłości przedsiębiorstw jest system prognozowania zaprezentowany w pracy [Platt i Platt 1990], nazwany przez autorów modelem EWS (*Early Warnings System*), czyli będący jednym z modeli systemu wczesnego ostrzegania. Przegląd ważniejszych modeli logitowych wykorzystywanych w literaturze światowej do prognozowania bankructwa znaleźć można w pracy [Hołda 2006].

Pierwszym, który zaproponował model probitowy (*X-score*) do prognozowania bankructwa, był [Zmijewski 1984]. Wykorzystał on typowe wskaźniki finansowe charakteryzujące sytuację finansową, wspomaganie finansowe i płynność firmy. Wskaźniki finansowe zostały wybrane w oparciu o wcześniejsze badania z zakresu prognozowania bankructwa. Jego model probitowy został oszacowany na podstawie 40 bankrutów oraz 800 niebankrutów spośród amerykańskich firm przemysłowych w latach 1972-1978. Model ten w zlinearyzowanej formie jest następujący:

$$X = -4,3 - 4,5X_1 + 5,7X_2 - 0,004X_3,$$

gdzie:

- X_1 – zysk netto/aktywa ogółem,
- X_2 – zadłużenie ogółem/aktywa ogółem,
- X_3 – aktywa obrotowe/zobowiązania bieżące.

Jednakże zastosowania modelu probitowego do prognozowania upadłości firm są rzadsze ze względu na konieczność przyjmowania ostrzejszych założeń przy konstrukcji takiego modelu.

Modele logitowe dla prognozowania bankructwa polskich firm są stosowane od początku XXI wieku. Jeden z pierwszych modeli tego typu, oszacowanych dla gospodarki polskiej, zamieszczony został w pracy [Hołda 2000]. Oszacowana funkcja logistyczna opierała się na wskaźnikach analogicznych, jak dla oszacowanej w tej pracy funkcji dyskryminacyjnej, a zlinearyzowana postać funkcji logistycznej była następująca:

$$L_H = -0,52 + 4,50 WPI - 7,98 SZ^* + 0,93 RM + 2,31 WOZO^* + 7,32 ZOM^*$$

gdzie:

WPI – wskaźnik płynności,

SZ^* – przeskalowany wskaźnik zadłużenia,

RM – wskaźnik przychodów ogółem,

$WOZO^*$ – przeskalowany wskaźnik obrotowości,

ZOM^* – przeskalowany wskaźnik zyskowności netto.

Zdolność do poprawnej klasyfikacji przedstawionego modelu była porównywalna ze zdolnością modelu dyskryminacyjnego [Hołda 2006].

Obszerne badania dotyczące zagrożenia finansowego przedsiębiorstw polskich przedstawił [Gruszczyński 2001]. Metodą ekspercką wyodrębnił on 23 przedsiębiorstwa o złej sytuacji finansowej oraz przyporządkował jej 23 firmy o dobrym standingu finansowym. Tak wyodrębniona próba ucząca posłużyła do zbudowania dwumianowych modeli logitowych. Następnie wybrano trzecią, 25-elementową grupę firm (o niejasnej sytuacji finansowej). Na podstawie trzech grup przedsiębiorstw zostały oszacowane wielomianowe (trójmianowe) modele logitowe uporządkowane. Jako rok bazowy przyjęto 1997. Modele zostały oszacowane przy wykorzystaniu sprawozdań finansowych z lat 1995 oraz 1996. W poszczególnych modelach przyjmowano różne (jednak nieduże) zestawy wskaźników finansowych jako zmiennych klasyfikujących.

Również [Wędzki 2005] przedstawił szereg modeli logitowych upadłości w gospodarce polskiej. Przykładowo przedstawiony zostanie model M3 – wielogałęziowy model dla przedsiębiorstw przemysłowych:

$$Y = 1,0 - 5,0 WB + 4,721 UKON + 3,598 WZO - 0,334 WUO + 0,048 IDF + 0,021 CN + 0,061 RIR,$$

gdzie:

WB – bieżący wskaźnik płynności,

$UKON$ – udział kapitału obrotowego w aktywach,

- WZO* – wskaźnik zadłużenia ogólnego,
WUO – wskaźnik udziału odsetek,
IDF – indeks dźwigni finansowej,
CN – cykl należności,
RIR – stopa zysku rezydualnego.

Zdolność predyktywna modelu M3 wynosi 76,3%. Próba przedsiębiorstw wynosiła 40 bankrutów i 40 firm dobrze prosperujących.

Prezentowane tutaj modele logitowe są jedynie przykładami konstrukcji prognoz bankructwa za pomocą modeli regresji logistycznej. Ich obszerny przegląd jest zawarty m.in. w pracy [Prusak 2005]. Modele logitowe mają pewne zalety w stosunku do modeli dyskryminacyjnych. Opierają się na słabszych założeniach, gdyż nie jest wymagana normalność rozkładu poszczególnych zmiennych objaśniających, a wskaźniki finansowe z reguły mają rozkład asymetryczny, nie wymagają też założenia o równości macierzy wariancji/kowariancji w grupie bankrutów i firm dobrze prosperujących. Modele logitowe są więc użytecznym narzędziem prognozowania bankructwa.

1.4. Drzewa klasyfikacyjne

Drzewa klasyfikacyjne są jednym z obrazów podziału rekurencyjnego badanego zbioru. Polega on na stopniowym podziale wielowymiarowej przestrzeni cech na rozłączne podzbiory, aż do uzyskania ich homogeniczności ze względu na wyróżnioną cechę (y). Następnie w każdym z uzyskanych segmentów budowany jest lokalny model tej zmiennej. Graficzną prezentacją metody podziału rekurencyjnego jest drzewo decyzyjne [Gatnar 2001, s. 8]. Jeśli takie drzewo odnosi się do cechy y będącej cechą nominalną, to reprezentujące ją drzewo nazywane jest drzewem klasyfikacyjnym, a jeśli jest to zmienna ciągła, to takie drzewo nazywamy drzewem regresyjnym [Gatnar 2001, s. 26]. W przypadku prognozowania bankructwa nasza cecha y jest na ogół cechą binarną (bankrut, niebankrut), dlatego też mówimy o drzewach klasyfikacyjnych jako narzędziu bankructwa.

Metoda rekurencyjnego podziału była zastosowana w badaniach statystycznych w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku przez Morgana i Sonquista [1963]. Na praktyczną możliwość zastosowania drzewa decyzyjnego do klasyfikacji jako pierwsi wskazali Hunt, Marin i Stone [1966], podając jednocześnie algorytm konstrukcji tego typu drzew CLS (*Conceptual Learning Systems*). Algorytm ten stał się podstawą wielu kolejnych algorytmów wykorzystywanych do konstrukcji drzew klasyfikacyjnych [Hołda 2006, s. 234]. Znajomość i rozpropagowanie zastosowań drzew klasyfikacyjnych i regresyjnych zawdzięczamy książce Breimana, Friedmana, Olsehna i Stone'a [1984], w której autorzy zaproponowali całą rodzinę metod i algorytmów

mów tworzenia modeli w postaci drzew klasyfikacyjnych i regresyjnych CART (*Classification and Regression Trees*) [Gatnar 2008].

Przedmiotem podziału rekurencyjnego [Gatnar 2001, s. 13] jest N -elementowy zbiór obiektów, w naszym przypadku firm, scharakteryzowanych przez wektor $M+1$ cech będących wskaźnikami ich kondycji finansowej (płynność, zadłużenie, efektywność działania, rentowność) $[\mathbf{X}, y]$, gdzie:

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_M]. \quad (1.8)$$

Wielowymiarowe obserwacje wskaźników finansowych w analizowanym zbiorze firm można zapisać w postaci macierzy:

$$[\mathbf{x}_n, y_n]_{N \times M+1} = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1M} & y_1 \\ x_{21} & \dots & x_{2M} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & \dots & x_{NM} & y_N \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

Zgodnie z tradycyjnymi określeniami zmienne x_1, x_2, \dots, x_M są nazywane predyktorami, a zmienna y jest zmienną objaśnianą. Jest ona zmienną zero-jedynkową (0 – niebankrut, 1 – bankrut). Dysponując danymi z macierzy (1.9), należy znaleźć taką relację pomiędzy zmienną y a zmiennymi x_1, x_2, \dots, x_M , aby na podstawie znajomości wartości predyktorów można było określić wartość zmiennej y . Szuka się więc funkcji f takiej, że:

$$y = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) + \varepsilon. \quad (1.10)$$

W praktyce rozpatruje się jedynie model addytywny o postaci:

$$y = \alpha_0 + \sum_{k=1}^K \alpha_k g_k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}). \quad (1.11)$$

Stosując metodę rekurencyjnego podziału, otrzymujemy aproksymację modelu (1.11) w postaci funkcji:

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^2 a_k I(\mathbf{x} \in R_k), \quad (1.12)$$

gdzie:

R_k (dla $k = 1, 2$) – rozłączne segmenty (bankrut, niebankrut) w wielowymiarowej przestrzeni cech,

a_k – parametry modelu.

Drzewo klasyfikacyjne jest graficzną reprezentacją modelu (1.12) [Gatnar i Walesiak 2004, s. 107].

Model (1.12) nie jest tworzony globalnie, lecz poprzez złożenie modeli lokalnych, budowanych w każdym z K rozłącznych segmentów, na jakie dzielona jest wielowymiarowa przestrzeń zmiennych \mathbf{X}^m . Każdy z obszarów jest definiowany przez jego granice w przestrzeni cech i w przypadku, gdy zmienne x_1, x_2, \dots, x_M mają charakter ilościowy (są wskaźnikami finansowymi) można go przedstawić jako iloczyn:

$$I(\mathbf{x} \in R_k) = \prod_{m=1}^M I(v_{km}^{(d)} \leq x_m \leq v_{km}^{(g)}), \quad (1.13)$$

gdzie wartości $v_{km}^{(d)}$ oraz $v_{km}^{(g)}$ oznaczają odpowiednio, górną i dolną granicę odcinka w m -tym wymiarze przestrzeni, a I jest funkcją wskaźnikową:

$$I(q) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } q \text{ jest prawdziwe,} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases} \quad (1.14)$$

Problem oddzielenia (odseparowania) obiektów należących do różnych klas jest rozważany na gruncie statystycznej analizy wielowymiarowej w ramach zagadnienia klasyfikacji. W tym celu konieczne jest posiadanie zbioru obiektów S , nazywanego zbiorem uczącym, w którym przynależność do określonej klasy jest znana, to jest wartość zmiennej y dla każdego z nich została poprawnie zaklasyfikowana. Celem analizy jest znalezienie charakterystyk klas, tak aby wykorzystać je do klasyfikacji zbioru rozpoznawanego.

Zmienna y w modelu (1.12) jest cechą nominalną, wobec tego model ten jest modelem klasyfikacyjnym, a parametry a_k tego modelu są wyznaczone zgodnie z zasadą majoryzacji [Gatnar i Walesiak 2004, s. 107]:

$$a_k = \arg \max_l \{p(l|k)\}, \quad (1.15)$$

gdzie $p(l|k)$ oznacza prawdopodobieństwo, że pewien obiekt z segmentu R_k należy do klasy l . Inaczej mówiąc, formuła (1.15) mówi o tym, że w segmencie R_k zmienna y przyjmuje tę wartość l , która występuje najczęściej.

Model (1.12) jest konstruowany drogą krokowej procedury doboru zmiennych, a więc dzielenia przestrzeni \mathbf{X}^m hiperpłaszczyznami równoległymi do osi poszczególnych zmiennych. Klasyczna procedura rekurencyjnego podziału składa się z następujących kroków [Gatnar i Walesiak 2004, s. 108]:

1. Mając przestrzeń \mathbf{X}^m (w której znajduje się zbiór uczący S), sprawdź, czy jest ona jednorodna ze względu na wartości zmiennej zależnej y (lub spełniony został inny warunek stopu). Jeżeli tak, to zakończ pracę.

2. W przeciwnym razie rozważ wszystkie możliwe sposoby podziału przestrzeni \mathbf{X}^m na rozłączne segmenty R_1, \dots, R_K (z uwzględnieniem wartości kolejno wybieranych zmiennych objaśniających).
3. Dokonaj oceny jakości każdego z tych podziałów zgodnie z przyjętym kryterium homogeniczności i wybierz najlepszy z nich.
4. Podziel przestrzeń \mathbf{X}^m w wybrany sposób.
5. Wykonaj kroki 1-4 rekurencyjnie dla każdego z segmentów R_1, \dots, R_K .
6. Procedura podziału się kończy, jeżeli zostało osiągnięte jedno z kryteriów stopu. Najczęściej jest nim jednorodność obiektów w segmencie R_1, \dots, R_K lub (ze względów praktycznych) określona, minimalna liczba obiektów w uzyskanych segmentach (podzbiorach).

Metody podziału rekurencyjnego i ich prezentacja w postaci drzew decyzyjnych są stosowane do wykrywania związków i relacji występujących w dużych zbiorach danych. Są więc one technikami stosunkowo młodej dyscypliny naukowej, jaką jest *data mining*. W literaturze polskiej wyczerpujące informacje dotyczące różnych wariantów metody drzew klasyfikacyjnych i regresyjnych znaleźć można m.in. w pracach: [Gatnar 2001, 2008; Gatnar i Walesiak 2004].

Metodologia drzew klasyfikacyjnych bardzo wcześnie została zastosowana dla celów prognozowania bankructwa. Pierwszą pracą z tego zakresu, jaka pojawiła się rok po opublikowaniu monografii Breimana, Friedmana, Olsehna i Stone'a [1984], był artykuł Frydman, Altmana i Kao [1985]. Autorzy zastosowali algorytm RPA (*Recursive Partitioning Algorithm*) zaproponowany również przez Breimana i in. do badania zdolności kredytowej i upadłości firm. Zbudowane przez nich drzewo charakteryzowało się wysoką zdolnością do poprawnej klasyfikacji ogółem, wynoszącą 94,00%. Praca [Frydman, Altman i Kao 1985] stała się później punktem odniesienia do badania efektywności innych metod prognozowania bankructwa (por. np. [Barniv i McDonald 1999]).

Pierwszym, który w badaniach upadłości polskich firm zastosował metodologię drzew decyzyjnych w wersji algorytmu CART, był Hołda [2006]. Zbudował on drzewo decyzyjne dla firm branży produkcyjnej oraz porównał zdolność do poprawnej klasyfikacji i zdolność prognostyczną zbudowanego drzewa klasyfikacyjnego z siecią neuronową zbudowaną dla tego samego zestawu wskaźników finansowych.

Zdolność do poprawnej klasyfikacji tego drzewa (na zbiorze uczącym) wynosiła 93,24%, a na zbiorze testowym 83,87%. Zbudowana dla tych samych wskaźników finansowych sieć neuronowa miała następującą efektywność: zdolność do poprawnej klasyfikacji na zbiorze uczącym wynosiła 92,57%,

a na zbiorze testowym wynosiła 77,42%. Drzewo klasyfikacyjne okazało się więc nieco bardziej efektywnym narzędziem przewidywania bankructwa niż sieć neuronowa dla tego samego zestawu wskaźników finansowych.

Drzewa klasyfikacyjne upadłości firm przynależnych do innych branż, budowane metodą CART, przedstawione zostały w pracy [Hołda i Pocięcha 2009]. Dla firm branży budowlanej istotne okazały się dwa wskaźniki:

- rentowności – uwzględniający zysk/stratę netto zwiększoną o niepodzielony wynik z lat poprzednich oraz podatek dochodowy w stosunku do majątku ogółem,
- przepływów pieniężnych z działalności inwestycyjnej (środki pieniężne netto z działalności inwestycyjnej/majątek ogółem).

Zdolność do poprawnej klasyfikacji tego drzewa była bardzo wysoka i wynosiła 93,75%, ale zdolność prognostyczna na grupie testowej była już dość niska i wynosiła 65,00%.

Dla branży handlowo-usługowej drzewo klasyfikacyjne obejmowało następujące wskaźniki finansowe:

- zadłużenia (zysk/strata netto w stosunku do zobowiązań krótkookresowych),
- rentowności – uwzględniający zysk/stratę netto zwiększoną o niepodzielony wynik z lat poprzednich oraz podatek dochodowy w stosunku do majątku ogółem,
- rentowności – uwzględniający zysk/stratę netto w stosunku do kosztów ogółu działalności,
- zadłużenia – jako stosunek zobowiązań oraz rezerw do sumy bilansowej.

Zdolność do poprawnej klasyfikacji firm do grupy bankrutów i niebankrutów była wysoka i wynosiła 91,76%. Wyraźnie niższa była jednak zdolność prognostyczna drzewa na zbiorze testowym i wynosiła 67,86%.

Algorytm CART do prognozowania upadłości firm stosował także Korol [2008]. Zaś w pracy Korol [2010] przedstawiono dalsze drzewa decyzyjne prognozowania upadłości metodą CART. Alternatywnie zastosowano procedurę *Random Forests* (RF) zaproponowaną przez Breimana [2001]. Procedura ta została wyczerpująco opisana m.in. w pracy Gatnar [2008]. Z przedstawionego w pracy [Korol 2010] porównania zdolności do poprawnej klasyfikacji metodą CART oraz RF wynika, że nie można jednoznacznie stwierdzić, która z procedur daje lepsze wyniki w przewidywaniu bankructwa firm.

1.5. Sieci neuronowe

Sztuczna sieć neuronowa jest techniką informatyczną wzorowaną na strukturze i sposobie działania układów nerwowych organizmów żywych. Sztuczny neuron jest modelem swojego rzeczywistego odpowiedni-

ka. Jego zasadniczym celem jest przetworzenie informacji wejściowej, dostarczanej w postaci wektora o skończonej liczbie sygnałów wejściowych x_1, \dots, x_n w wartość wyjściową y . Przyjmuje się, że zarówno wartości wejściowe neuronu, jak i wartość wyjściowa mają postać liczb rzeczywistych. Z każdym wejściem neuronu związany jest współczynnik nazywany wagą. Współczynniki wagowe neuronu są podstawowymi parametrami wpływającymi na sposób funkcjonowania sztucznej komórki nerwowej.

Oprócz wskazanych n wejść oraz jednego wyjścia (y), występuje także wartość stała dla każdego neuronu w_0 (wyraz wolny), niezależna od danych wejściowych, nazywana obciążeniem (biasem). W najprostszym przypadku, to jest neuronu liniowego, przetwarzanie sygnałów wejściowych odbywa się na podstawie obliczenia sumy ważonej wejść o przypisanych im wagach.

W celu stworzenia sieci neuronowej łączy się neurony w określony sposób. Zwykle neurony wchodzące w skład sieci tworzą warstwy, z których pierwsza nosi nazwę warstwy wejściowej, ostatnia – warstwy wyjściowej, zaś wszystkie warstwy znajdujące się pomiędzy nimi określane są jako warstwy ukryte. Wartości wejściowe sieci wprowadzane są na wejścia neuronów warstwy wejściowej. Następnie, poprzez istniejące połączenia, wartości wyjściowe neuronów jednej warstwy przekazywane są na wejścia elementów przetwarzających kolejnej warstwy. Wartości uzyskane na wyjściach neuronów ostatniej warstwy są wartościami wyjściowymi sieci.

Sposób funkcjonowania sieci neuronowej, gwarantujący prawidłowe rozwiązywanie postawionych przed nią problemów, uzależniony jest od dwóch podstawowych czynników [Lula 1999]:

- wartości współczynników wagowych neuronów składających się na sieć,
- struktury (topologii) sieci, która określana jest przez liczbę warstw, liczbę neuronów w poszczególnych warstwach, sposób połączeń neuronów oraz przyjęty model neuronu (sposób agregacji danych wejściowych, rodzaj zastosowanej funkcji aktywacji).

Ze względu na architekturę sieci neuronowych można wyróżnić trzy jej główne grupy [Witkowska 2002]. Pierwszą z nich stanowią sieci jednokierunkowe. Ich strukturę obrazuje acykliczny graf skierowany. Sieci jednokierunkowe mają wyraźnie zdefiniowane neurony wejściowe i wyjściowe. Sygnał przekazywany jest zawsze do przodu, bez rekurencyjnych połączeń wstecznych. Typowym przykładem sieci jednokierunkowej jest perceptron wielowarstwowy.

Drugą grupę stanowią sieci rekurencyjne, w których dopuszcza się występowanie cykli. Dynamika tego typu sieci jest zdecydowanie bardziej skomplikowana niż w przypadku sieci jednokierunkowych. W sieci reku-

recencyjnej jednokrotne pobudzenie sieci przez sygnał wejściowy powoduje wielokrotną aktywację wszystkich neuronów lub tylko ich części, w procesie tak zwanej relaksacji sieci. Aby sieć tego typu działała poprawnie, należy sprawdzić, czy spełniony jest warunek jej stabilności. Chodzi o to, aby pobudzona sieć, w skończonym czasie, osiągnęła stan stabilny. Typowym przykładem sieci rekurencyjnej jest sieć Hopfielda [Tadeusiewicz 1993].

Trzecią grupę sieci neuronowych stanowią sieci komórkowe. W tej grupie sieci łączone są w dowolny sposób, ale tylko w obrębie sąsiedzkich węzłów. Typowym przykładem tego typu sieci jest sieć SOM Kohonena [Tadeusiewicz 1993].

Po podjęciu decyzji co do wyboru właściwej architektury sieci neuronowej i jej zbudowaniu, należy rozpocząć proces przygotowania sieci do prawidłowego jej działania, zwany uczeniem sieci. Sieć uczy się prawidłowo działać na podstawie prezentowanych jej przykładów realizacji badanych obiektów lub zjawisk. Opierając się na przedstawionych rzeczywistych przypadkach, sieć stara się odkryć i zapamiętać ogólne prawidłowości charakteryzujące te obiekty lub kierujące przebiegiem badanych zjawisk. Rozpoznane reguły sztuczna sieć neuronowa przechowuje w postaci zakodowanej w wartościach współczynników wagowych neuronów.

Zbiór danych wykorzystywany w trakcie uczenia sieci nazywamy zbiorem uczącym. Proces uczenia sieci uwalnia nas od uciążliwego tworzenia i zapisywania algorytmu wymaganego dla przetwarzania danych wejściowych, tak aby uzyskać pożądany wynik końcowy. Nie odbywa się to jednak bez kosztów, gdyż ceną jest długotrwały i wymagający dużych mocy obliczeniowych proces uczenia. Co więcej, proces uczenia sieci jest zawsze procesem indeterministycznym, czyli wynik uczenia nie jest nigdy całkowicie pewny.

Wyróżnia się dwa podstawowe sposoby realizacji procesu uczenia sieci: uczenie z nauczycielem oraz uczenie bez nauczyciela. Elementem różnicującym oba podejścia do procesu uczenia jest struktura zbioru uczącego. W przypadku uczenia z nauczycielem, w trakcie uczenia wykorzystywany jest zbiór uczący zawierający przykładowe zadania wraz z ich poprawnymi rozwiązaniami. Sieć neuronowa uczona w trybie z nauczycielem służy zazwyczaj do modelowania nieznannej zależności pomiędzy zbiorem zmiennych wejściowych a zbiorem zmiennych wyjściowych. Najczęściej stosowanym algorytmem uczenia z nauczycielem jest algorytm wstecznej propagacji błędu oparty na regule *delta* [Korbicz, Obuchowicz i Uciński 1994].

W przypadku uczenia bez nauczyciela zbiór uczący zawiera tylko wartości zmiennych wejściowych. Uczenie polega na cyklicznym prezentowaniu danych uczących i na stopniowej, systematycznej modyfikacji wag, prowadzącej w efekcie do wytworzenia w sieci pewnej wiedzy o ogólnych

cechach i właściwościach zbiorowości sygnałów wejściowych. Sieci uczone w trybie bez nauczyciela stosowane są do rozwiązywania zadań klasyfikacji bezwzorcowej, mającej na celu rozpoznanie struktury analizowanego zbioru obiektów lub identyfikacji jednorodnych fragmentów szeregów czasowych. Podstawowym algorytmem treningu sieci w trybie bez nauczyciela jest reguła Hebba [Ossowski 1996], zaś dla uczenia sieci Kohonena wykorzystuje się algorytm WTO („zwycięzca bierze wszystko”) [Tadeusiewicz 1993].

Przedstawiona powyżej charakterystyka sieć neuronowych wskazuje, że mogą być one użytecznym narzędziem modelowania wielu zjawisk społeczno-ekonomicznych [Lula 1999].

Sieci neuronowe jako narzędzie prognozowania bankructwa były wykorzystywane w świecie od lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku. Pierwsze prace z tego zakresu to: [Bell, Ribar i Verchio 1990] oraz [Odom i Sharda 1990]. Szczególnie interesująca jest ta druga praca. Autorzy podjęli próbę zastosowania sieci neuronowych dla 5 wskaźników finansowych uwzględnionych w klasycznym, dyskryminacyjnym modelu E.I. Altmana prognozowania bankructwa [Altman 1968]. Posłużyli się oni danymi finansowymi, dotyczącymi 128 firm, pochodzących z okresu na rok przed bankructwem. Zdolność do poprawnej klasyfikacji przez model neuronowy dla firm „bankrutów” mieściła się w granicach 77,8-81,5%, a dla firm „niebankrutów” wynosiła 78,6-58,7% [Hołda 2006].

Rozwinięcie powyższego modelu zaprezentowane zostało w pracy [Sharda i Wilson 1994]. Cechą charakterystyczną w architekturze tej sieci neuronowej jest fakt, iż w warstwie ukrytej jest dwukrotnie więcej neuronów niż w warstwie wejściowej. W konstruowaniu modelu wykorzystano dane dotyczące 129 firm amerykańskich, w tym 65 zagrożonych upadłością oraz 64 firmy „zdrowe”. Dane finansowe pochodziły z okresu na rok przed bankructwem firm zagrożonych upadłością. Uczenie, jak i testowanie modelu zaplanowano przy zastosowaniu trzech różnych proporcji przedsiębiorstw upadłych i zdrowych. Podstawowe parametry modelu R. Shardy i L. Wilsona są następujące:

- 5 neuronów w wartości wejściowej (wskaźniki finansowe X_1, \dots, X_5),
- 10 neuronów w warstwie ukrytej,
- 2 neurony wyjściowe (BR – bankrut = 0; NBR – niebankrut = 1),
- sieć była uczona algorytmem wstecznej propagacji błędu.

Ciekawe wyniki badania procesu upadłości przedsiębiorstw w gospodarce włoskiej, oparte na doświadczeniach E.I. Altmana oraz przy wykorzystaniu modeli sieci neuronowych, przedstawione zostały w pracy [Altman, Marco i Vareto 1994]. Autorzy podjęli szeroko zakrojone badania kondy-

cji finansowej przedsiębiorstw włoskich, opierając się na próbie uczącej, obejmującej 1212 przedsiębiorstw oraz na próbie testowej, obejmującej 450 przedsiębiorstw. Analizowane dane finansowe obejmowały lata 1985-1992. Próbę uczącą podzielono na trzy jednakowo liczne podgrupy (po 404 przedsiębiorstwa) firm: „zdrowe”, zagrożone bankructwem, bankruci. Model miał postać perceptronu wielowarstwowego. Eksperymenty dotyczące budowy najlepszego modelu neuronowego doprowadziły do zbudowania sieci trójwarstwowej, składającej się z warstwy wejściowej (10 neuronów), warstwy ukrytej (4 neurony), warstwy wyjściowej (1 neuron binarny: 0 – niebankrut, 1 – bankrut). Na dane wejściowe składało się 10 wskaźników finansowych: 4 dotyczące struktury finansowej firmy i stopnia jej zadłużenia, 2 wskaźniki płynności finansowej, 4 wskaźniki reprezentujące rentowność oraz finansowanie wewnętrzne. Proces uczenia sieci przy wykorzystaniu algorytmu wstecznej propagacji błędu przerywano po tysiącu cykli uczenia. Autorzy testowali zbudowany model zasadniczo na dwóch próbach testowych: dla okresu jednego roku przed faktem ogłoszenia upadłości oraz dla okresu trzech lat przed upadłością. W efekcie uzyskano zdolność do poprawnej klasyfikacji na jeden rok przed bankructwem: dla grupy bankrutów 95,3%, dla grupy niebankrutów 91,8%. Dla próby testowej z okresu na trzy lata przed bankructwem otrzymano: dla grupy bankrutów 86,2%, dla grupy niebankrutów 89,4%.

Z przedstawionych wrywkowych wyników badań, jakich całe serie opublikowano w literaturze światowej wynika, że sztuczne sieci neuronowe są narzędziem badawczym posiadającym duże możliwości predykcyjne. Jest to bez wątpienia atrakcyjne narzędzie badawcze na polu klasyfikacji ekonomicznej.

Jako pierwszy w Polsce propozycję zastosowania sztucznych sieci neuronowych dla celów prognozowania bankructwa polskich firm przedstawił w swojej niepublikowanej pracy doktorskiej Michaluk [2000]. Przyjął on zasadę, że liczba neuronów w warstwie ukrytej nie może być większa od liczby neuronów w warstwie wejściowej. Do swojego badania wykorzystał dane dotyczące 259 przedsiębiorstw, w tym 79 bankrutów oraz 180 firm o dobrej kondycji finansowej. Rozpatrywał on 12 podstawowych wskaźników finansowych, charakteryzujących kondycję finansową przedsiębiorstw. Podstawowe parametry konstrukcji tej sieci były następujące:

- 12 neuronów w warstwie wejściowej (wskaźniki finansowe X_1, \dots, X_{12}),
 - 12 neuronów w warstwie ukrytej,
 - 1 neuron wyjściowy (RB – bankrut = 0; NBR – niebankrut = 1).
- Sieć była uczona algorytmem wstecznej propagacji błędu.

Bogate wyniki badań prognostycznych wykonanych przy użyciu sieci neuronowych zaprezentowane zostały w pracy [Korol i Prusak 2005]. Do konstrukcji modelu sieci neuronowej wykorzystano dane finansowe dotyczące 180 polskich przedsiębiorstw produkcyjnych z lat 1998-2001. Próba ucząca składała się z 39 firm zdrowych oraz 39 firm zagrożonych upadłością. Firmy zdrowe wybierano drogą parowania z potencjalnymi bankrutami, tak aby one pochodziły zawsze z tej samej branży. Próby uczące konstruowano dla danych na rok i na dwa lata przed złożeniem wniosku o upadłość. Próba testowa również składała się z 39 przedsiębiorstw zdrowych oraz 39 bankrutów. Do budowy sieci neuronowej autorzy przyjęli 27 wskaźników finansowych charakteryzujących płynność finansową, zadłużenie, sprawność działania i rentowność firm. Dodatkowo autorzy wprowadzili zmienną pozafinansową, jaką był region działania danej spółki. Przyjmowano także wiele wariantów architektury sieci, różniących się liczbą neuronów w warstwie ukrytej oraz dla prób uczących i testowych na rok i na dwa lata przed upadłością. Rozważano również różne proporcje niebankrut/bankrut w strukturze prób. Wyniki badań potwierdziły, że „zachodnie” wskaźniki finansowe, jakie przyjmowane były między innymi w modelu Altmana, nie sprawdzają się w warunkach gospodarki polskiej.

Szerokie i dobrze udokumentowane badania dotyczące rezultatów zastosowania sztucznych sieci neuronowych w prognozowaniu upadłości w polskich realiach gospodarczych przedstawione zostały w pracy [Hołda 2006]. Przedstawiono tam metodologię budowy sieci przy wykorzystaniu algorytmu wstecznej propagacji błędu, gdzie wykorzystywane zmienne selekcjonowano metodą regresji krokowej. Autor pracy wykazał, że skuteczne budowanie sieci neuronowych wymaga wstępnego przygotowania danych wejściowych. Wstępne przygotowanie wskaźników finansowych dotyczyło przede wszystkim normalizacji przyjętych cech. W budowanych sieciach warstwa wejściowa składała się z 2-6 znormalizowanych wskaźników finansowych, jednej warstwy ukrytej o liczbie neuronów 3-4 oraz jednego binarnego neuronu wyjściowego. Sieci neuronowe budowano nie dla całej gospodarki, ale dla poszczególnych grup działalności gospodarczej (według EKD).

Alternatywnej redukcji sygnałów wejściowych dokonano przez przekształcenie wskaźników finansowych metodą głównych składowych. W efekcie otrzymano wyraźnie lepsze wyniki co do zdolności klasyfikacyjnej i prognostycznej otrzymanej sieci. W rezultacie przebadania także wielu innych kombinacji metodologicznych budowy sieci neuronowych Hołda stwierdził, że sieci neuronowe, głównie dzięki możliwości odwzorowania nieliniowych zależności, wydają się szczególnie użytecznym narzędziem prognozowania bankructwa firm.

Jak to skrótowo przedstawiono w tym rozdziale, historia zastosowania metod i modeli predykcji bankructwa jest już dość długa, poczynając od pierwszych prób analiz jednowymiarowych podejmowanych przed osiemdziesięcioma laty, zastosowania liniowej funkcji dyskryminacyjnej przed blisko pięćdziesięciu laty, do wykorzystania sztucznych sieci neuronowych, których zastosowania pojawiły się przed dwudziestu pięciu laty. Incydentalnie pojawiały się także próby zastosowania innych metodologii badawczych, jak wymienione w pierwszym punkcie modele hazardu, w postaci semiparametrycznego modelu Coxa, metody programowania matematycznego, budowanie systemów eksperckich czy zastosowania teorii zbiorów rozmytych i zbiorów przybliżonych (zgrubnych). Do tego należy dodać próby zastosowania teorii chaosu oraz próby zastosowań algorytmów genetycznych. Jednakże wszystkie te próby nie przyniosły lepszych rezultatów w dziedzinie predykcji bankructwa. Należy więc uznać, że przedstawione w tym rozdziale cztery podejścia metodologiczne, a to: wielowymiarowe modele dyskryminacyjne, modele logitowe, drzewa klasyfikacyjne oraz sieci neuronowe, są podstawowymi narzędziami metodologicznymi przewidywania bankructwa firm i one będą w dalszej części pracy testowane na obszernym zbiorze danych dotyczących firm przetwórstwa przemysłowego w Polsce.

ROZDZIAŁ II

WSKAŹNIKI FINANSOWE W MODELACH PREDYKCJI BANKRUCTWA

Jak to już podkreślano przy okazji przeglądu podstawowych modeli prognozowania bankructwa, będącego główną treścią pierwszego rozdziału pracy, w procesie predykcji upadłości bankructwa należy zwracać dużą uwagę na możliwie precyzyjny i jednolity pomiar zmiennych klasyfikujących, będących wskaźnikami finansowymi. W związku z tym pojawia się problem oceny jakości wskaźników finansowych jako predyktorów bankructwa w różnych typach modeli prognostycznych. W niniejszym rozdziale przedstawiono, w sposób syntetyczny, zasady konstrukcji podstawowych wskaźników finansowych oraz analizę ich zastosowania w modelach predykcji bankructwa w świecie i w Polsce.

2.1. Zasady konstrukcji podstawowych wskaźników finansowych

W klasycznym ujęciu analizy kondycji finansowej przedsiębiorstwa przyjmuje się pięć jej obszarów, służących ocenie [Sierpińska i Jachna 2004, s. 144-145]:

- płynności finansowej,
- zadłużenia i zdolności do obsługi długu,
- sprawności działania,
- rentowności,
- rynkowej wartości akcji i kapitału.

Podstawowym warunkiem utrzymania ciągłości procesów gospodarczych jest zachowanie przez firmę jej płynności finansowej, czyli zdolności do terminowego regulowania zobowiązań bieżących. Pomiaru płynności finansowej można dokonywać na wiele sposobów [Wędzki 2009], a jednym z podstawowych wskaźników płynności jest wskaźnik bieżącej płynności finansowej (*current ratio*), będący stosunkiem aktywów bieżących do zobowiązań bieżących. Wskaźnik ten pozwala na ocenę możliwości spłaty zobowiązań krótkoterminowych dzięki upłynnieniu środków obrotowych. Obrazuje on skalę ryzyka finansowego, które mogłoby zaistnieć w razie trudności refinansowania zobowiązań [Hołda 2000, s. 131].

Do oceny płynności wykorzystuje się często dodatkowo wskaźnik przyspieszonej płynności finansowej (*quick ratio*), liczony jako stosunek aktywów bieżących, pomniejszonych o zapasy i rozliczenia międzyokresowe czynne, do zobowiązań bieżących. Wynika to z faktu, że aktywa charakteryzują się różnym stopniem szybkości zamiany na gotówkę, w szczególności przestarzałe zapasy mogą być trudne do sprzedaży. Jest on wskaźnikiem zaostrożonym w stosunku do wskaźnika bieżącego i pozwala na uzyskanie pełniejszego wglądu w płynność finansową firmy.

Kolejnym pomocniczym wskaźnikiem płynności jest wskaźnik zdolności płatniczej (*cash ratio*), będący stosunkiem wielkości środków pieniężnych oraz papierów wartościowych do zobowiązań krótkoterminowych. Wskaźnik zdolności płatniczej określa płynność finansową firmy w sposób najbardziej rygorystyczny, gdyż zakłada, że zobowiązania krótkoterminowe będą regulowane wyłącznie ze środków pieniężnych [Hołda 2000, s. 133].

Specyficznym wskaźnikiem jest wskaźnik płynności Lambda (*Lambda ratio*), będący stosunkiem wielkości środków pieniężnych powiększonych o papiery wartościowe do obrotu i prognozowane operacyjne przepływy pieniężne do odchylenia standardowego przepływów pieniężnych operacyjnych. Licznik tego wskaźnika pozwala na określenie potencjalnych zasobów operacyjnych przepływów pieniężnych, które są porównywane z odchyleniem standardowym obrazującym zmienność strumienia gotówkowego z działalności operacyjnej. Wskaźnik Lambda określa więc wielkość potencjalnej rezerwy płynnych zasobów [Hołda 2000, s. 134].

Strukturę finansowania majątku przedsiębiorstwa najogólniej mierzy wskaźnik ogólnego zadłużenia, nazywany inaczej stopą zadłużenia (*debt ratio*), liczony jako stosunek zobowiązań ogółem do wielkości łącznych aktywów. Określa on, w jakim stopniu majątek przedsiębiorstwa jest finansowany kapitałami obcymi. Inną ogólną miarą jest wskaźnik zadłużenia kapitału własnego (*debt to equity ratio*), będący stosunkiem zobowiązań ogółem do wartości kapitału własnego. Wskaźnik ten określa, w jakiej części kapitał własny pokrywa zobowiązania ogółem.

Spośród bardziej szczegółowych wskaźników mierzących możliwość spłaty zobowiązań krótko- i długookresowych należy wyróżnić wskaźnik pokrycia odsetek zyskiem (*times interest earned*), będący stosunkiem zysku brutto do odsetek do zapłacenia. Wskaźnik ten określa relacje pomiędzy zyskiem (stratą) brutto a odsetkami płaconymi od kapitału obcego. Innym wariantem jest wskaźnik pokrycia obsługi długu (*cover debt*), będący stosunkiem zysku brutto do rat kapitałowych. Informuje on o możliwości obsługi kredytu przez płatności kredytowe.

Do pomiaru aktywności ekonomicznej przedsiębiorstwa służą wskaźniki sprawności (efektywności) działania, rozumiane także jako wskaźniki obrotowości. Informują one, czy wielkość majątku firmy jest racjonalna w stosunku do skali jej działalności. Ogólnie wyróżnia się ich trzy grupy: wskaźniki oparte na kosztach, wskaźniki rotacji oraz wskaźniki gospodarowania zasobami. Podstawowy jest wskaźnik rotacji majątku (*total assets turnover ratio*). Jest to stosunek przychodów z ogółu działalności do średniorocznego majątku ogółem. Wskaźnik ten określa efektywność wykorzystania majątku firmy, podając, ile razy wartość przychodów z całokształtu działalności jest większa od majątku firmy, a jego wartość w dużym stopniu zależy od branży, w której działa przedsiębiorstwo.

Bardziej szczegółowymi miarami są: wskaźnik obciążenia przychodów ze sprzedaży kosztami ich wytwarzania, będący stosunkiem kosztów wytwarzania do przychodów netto ze sprzedaży produktów, wskaźnik globalnego obrotu aktywami, będący stosunkiem przychodów netto ze sprzedaży do średniego stanu aktywów ogółem, wskaźnik rotacji netto, będący stosunkiem przychodów netto do majątku netto oraz produktywność pracy liczona jako stosunek wartości dodanej do kosztów pracy i produktywność środków trwałych, będąca stosunkiem wartości dodanej do przeciętnego stanu środków trwałych brutto.

Istotne jest też śledzenie efektywności poszczególnych składowych bilansu firmy. Do tego typu miar należy wskaźnik obrotu należnościami w dniach (*day's sales in short time receivables*), będący stosunkiem przeciętnych zobowiązań krótkoterminowych i roszczeń, przemnożonych standardowo przez 360 dni (niekiedy przemnażany przez 365) do przychodów ze sprzedaży produktów, towarów lub materiałów. Wskaźnik ten określa długość cyklu inkasa należności i roszczeń wyrażony w dniach, czyli okres, w którym nie otrzymano zapłaty za należności, a tym samym zamrożono środki pieniężne w należnościach i roszczeniach. Wariantem tej miary jest wskaźnik obrotu należnościami z tytułu dostaw i usług liczony w dniach (*day's sales in trade creditors*), będący stosunkiem przeciętnych należności z tytułu dostaw i usług przemnożonych przez standardową liczbę dni do przychodów ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów.

Istotną dla kondycji finansowej przedsiębiorstwa jest rotacja zapasów. Jej miernikiem jest wskaźnik obrotu zapasami w dniach (*day's supply in inventory*), będący stosunkiem przeciętnego stanu zapasów, przemnożony przez liczbę dni, do kosztu sprzedanych produktów, towarów i materiałów. Wskaźnik ten świadczy o efektywności gospodarowania zapasami i podaje, po ilu dniach następuje odnowienie stanu zapasów.

Innym składnikiem bilansu są zobowiązania, a miarą efektywności ich realizacji jest wskaźnik obrotu zobowiązaniami w dniach (*day's supply in*

short time liabilities), będący stosunkiem zobowiązań krótkoterminowych przemnożonych przez liczbę dni do kosztu sprzedanych produktów, towarów i materiałów. Ważna jest także rotacja zobowiązań, a jej miarą jest wskaźnik obrotu zobowiązaniami z tytułu dostaw i usług w dniach (*day's supply intrade debtors*). Będący stosunkiem przeciętnych zobowiązań z tytułu dostaw i usług przemnożonych przez liczbę dni do kosztu sprzedanych produktów, towarów i materiałów. Wskaźnik ten określa średnią ilość dni, po których firma płaci swoje zobowiązania z tytułu dostaw i usług.

Kluczową rolę w analizie finansowej przedsiębiorstwa odgrywają wskaźniki rentowności (zyskowności, stopy zwrotu), będące różnie definiowanymi relacjami zysku do kapitału. Najogólniej wyróżnia się trzy rodzaje rentowności: sprzedaży, majątku i kapitału. Podstawowym wskaźnikiem jest rentowność sprzedaży netto (*ROS – return on sales*), będąca stosunkiem zysku netto do przychodów netto ze sprzedaży. Miarą rentowności ekonomicznej jest wskaźnik rentowności aktywów (*ROA – return on assets*), będący stosunkiem zysku netto do średniego stanu aktywów, wyznaczający ogólną zdolność aktywów firmy do generowania zysków. Efektywność zaangażowanego kapitału własnego, czyli rentowność finansową, mierzy wskaźnik rentowności kapitału własnego (*ROE – return on equity*), będący stosunkiem zysku netto do średniego stanu kapitału własnego.

Ważną miarą jest zyskowność netto działalności (*net profit margin*), będąca stosunkiem wyniku finansowego netto do przychodów z ogółu działalności. Wskaźnik ten informuje o udziale zysku (straty) po opodatkowaniu w wartości przychodów z całokształtu działalności, czyli marży zysku (straty) netto na łącznych przychodach [Hołda 2000, s. 126].

Innym sposobem mierzenia rentowności sprzedaży jest odnośnienie wyniku brutto ze sprzedaży do przychodów ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów. Mówi o tym wskaźnik rentowności brutto sprzedaży (*gross profit from sales*). Wskaźnik ten obrazuje, jaka jest wielkość marż narzucanych na sprzedawane produkty i towary, określając, jaką część przychodów ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów stanowi zysk (strata) brutto na sprzedaży. Można też odnosić wynik finansowy netto do przeciętnego stanu zatrudnienia. Wtedy mamy wskaźnik rentowności pracy (*return on staff employed*). Określa on relacje pomiędzy wynikiem finansowym netto firmy a przeciętnym stanem zatrudnienia.

Rynkową wartość firmy notowanej na rynku kapitałowym najczęściej mierzy się wskaźnikiem EPS (*earning per share*), czyli zyskiem przypadającym na jedną akcję. Innym wskaźnikiem rynku kapitałowego jest P/E (*price earnings ratio*), który jest stosunkiem ceny rynkowej akcji do zysku netto przypadającego na jedną akcję.

Kolejnym wariantem wskaźnika rynku kapitałowego jest DPS (*dividend per share*), czyli stopa dywidendy, będąca stosunkiem wartości dywidendy na jedną akcję do ceny rynkowej akcji. Rynkową wartość kapitału własnego mierzy także wskaźnik PEQ (*price to equity ratio*), który jest stosunkiem ceny giełdowej akcji do kapitału własnego przypadającego na jedną akcję. Specyficznym wskaźnikiem rynku kapitałowego jest mnożnik cenowy P/BV (*price/book value*), będący stosunkiem ceny rynkowej akcji do wartości majątku na jedną akcję. Określa on, czy i ile razy wartość przedsiębiorstwa wynikająca z jego ceny rynkowej jest większa od jego wartości ujętej w księgach rachunkowych.

Oprócz wymienionych wskaźników kondycji finansowej firmy, jako zmienne diagnostyczne w prognozowaniu upadłości, wykorzystuje się także wskaźniki struktury majątku i kapitału oraz wskaźniki natężenia, wyrażające powiązania kapitałowo-majątkowe w firmie, liczone w procesie analizy wstępnej bilansu. Do typowych wskaźników struktury majątku zaliczamy udział aktywów trwałych w aktywach ogółem, udział aktywów obrotowych w aktywach ogółem czy udział inwestycji w aktywach ogółem. Wskaźniki struktury pasywów nazywane są wskaźnikami wyposażenia przedsiębiorstwa. Do nich należą: stopień wyposażenia przedsiębiorstwa w kapitał własny, będący stosunkiem kapitału własnego do pasywów ogółem, stopień wyposażenia przedsiębiorstwa w kapitał stały lub udział zobowiązań w pasywach ogółem.

Interesujące z punktu widzenia analizy finansowej są także wzajemne powiązania poszczególnych pozycji aktywów i pasywów. Bada się je za pomocą wskaźników powiązań kapitałowo-majątkowych. Do tego typu wskaźników zaliczamy m.in. wskaźnik pokrycia aktywów stałych kapitałem własnym, będący stosunkiem kapitału własnego (stałego, pracującego) do aktywów stałych, wskaźnik pokrycia aktywów obrotowych zobowiązaniami krótkoterminowymi itp.

Wszystkie wymienione w tym punkcie typy wskaźników znajdują zastosowanie jako zmienne diagnostyczne w modelach prognozowania bankructwa. Analizując modele predykcji bankructwa, należy zwracać uwagę na to, jaką treść ekonomiczną niosą przyjęte w tych modelach wskaźniki finansowe jako zmienne diagnostyczne w tych modelach. Pozostaje też pytanie, czy któreś z wymienionych powyżej typów wskaźników są szczególnie diagnostyczne w procesie prognozowania bankructwa? Na to pytanie może po części odpowiedzieć przegląd wskaźników najczęściej stosowanych w modelach predykcji bankructwa, zaprezentowany w następnych punktach tego rozdziału.

2.2. Doświadczenia światowe w zakresie doboru wskaźników do modeli predykcji bankructwa

Punktem odniesienia dla większości modeli prognozowania bankructwa, niezależnie od ich formy, jest klasyczny model Altmana w postaci liniowej funkcji dyskryminacyjnej [Altman 1968], przedstawiony w rozdziale I, w którym wybrał on do modelu 5 wskaźników finansowych w postaci następujących zmiennych dyskryminujących:

X_1 – kapitał pracujący/majątek ogółem,

X_2 – zysk zatrzymany/majątek ogółem,

X_3 – zysk przed opodatkowaniem (EBIT)/majątek ogółem,

X_4 – wartość rynkowa kapitału akcyjnego/wartość księgową zadłużenia,

X_5 – przychody ze sprzedaży/majątek ogółem.

Analizując wybrane zmienne dyskryminujące pod kątem ich charakteru ekonomicznego, stwierdzamy, że Altman przyjął do swojego modelu dwa wskaźniki rentowności (X_2 oraz X_3), wskaźnik zadłużenia liczony jako pokrycie długu przez wartość rynkową kapitału (X_4), miarę sprawności działania w postaci wskaźnika rotacji majątku (X_5) oraz przede wszystkim przyjął wskaźnik powiązań kapitałowo-majątkowych (X_1). Zastanawiające jest, że nie uwzględnił on żadnego wskaźnika płynności, a przecież trwałą utratą płynności jest bezpośrednią przyczyną upadłości firm.

Nieocenionym źródłem do badań porównawczych nad modelami predykcji bankructwa oraz ilością i charakterem przyjmowanych w nich wskaźników finansowych jako predyktorów bankructwa jest praca [Bellovary, Giacominio i Akers 2007]. Jej autorzy przedstawiają, w jaki sposób rozwijało się podejście do prognozowania bankructwa, jakie modele były w tym celu wykorzystywane i jakie były w tym zakresie mody, ile zmiennych diagnostycznych w nich przyjmowano oraz jaki one miały sens ekonomiczny. Autorzy pracy zestawili wyniki 165 prac dotyczących prognozowania bankructwa firm, opublikowanych w języku angielskim i dotyczących w przeważającej liczbie firm amerykańskich (ale nie wyłącznie), przedstawiając ich obszary zastosowań, typ przyjętych modeli prognostycznych, liczbę przyjętych zmiennych objaśniających oraz ich zdolność predykcyjną. Piszą oni, że jest to najbardziej kompletna lista prac opublikowanych w języku angielskim na świecie.

Zastosowanie wielowymiarowych modeli predykcji bankructwa, jak to już zaznaczono w rozdziale I, rozpoczęło się od wykorzystania w tym celu przez Altmana liniowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera. W dalszej kolejności zaczęto stosować modele logitowe, probitowe oraz sieci neuronowe. Drzewa klasyfikacyjne i inne metody były rzadziej stosowane.

W tabeli 2.1 przedstawiono częstość zastosowania poszczególnych typów modeli predykcji bankructwa i zmiany mód w tym zakresie, jakie miały miejsce w ostatnich 50 latach, zaobserwowane w anglojęzycznej literaturze światowej.

Tabela 2.1. Typy modeli prognozowania bankructwa i zmiany ich popularności w okresie ostatniego pięćdziesięciolecia, zaobserwowane w anglojęzycznej literaturze światowej

Lata	Analiza dyskryminacyjna	Modele logitowe	Modele probitowe	Sieci neuronowe	Inne modele
60.	2	0	0	0	1
70.	22	1	1	0	4
80.	28	16	3	1	7
90.	9	16	3	35	11
dwutysięczne	2	3	0	4	3
Ogółem	63	36	7	40	26

Źródło: [Bellovary, Giacomino i Akers 2007, s. 6].

Autorzy ci zestawiają także liczby zmiennych objaśniających (czynników) w prezentowanych modelach prognostycznych, co przedstawiono w tabeli 2.2.

Tabela 2.2. Liczba zmiennych objaśniających (czynników) w modelach predykcji bankructwa

Lata	Min. liczba zmien.	Maks. liczba zmien.	Śred. liczba zmien.
60.	5	30	15
70.	2	18	8
80.	1	47	9
90.	2	57	11
dwutysięczne	5	13	8
Ogółem	1	57	10

Źródło: [Bellovary, Giacomino i Akers 2007, s. 8].

Jeśli chodzi o liczbę i charakter przyjmowanych w nich wskaźników finansowych, to autorzy stwierdzają, że w rozpatrywanych publikacjach przyjmowano 752 różne zmienne, z tego 674 wystąpiły jedynie w jednej lub dwóch pracach. Wynika stąd, że w praktyce należy brać pod uwagę zbiór co najwyżej 80 zmiennych diagnostycznych. Najczęściej przyjmowane wskaźniki finansowe (występujące co najmniej w 10 pracach), w przyjmowanych tam modelach predykcji bankructwa, przedstawione zostały w tabeli 2.3.

Tabela 2.3. Najczęściej występujące wskaźniki finansowe w modelach predykcji bankructwa

Rodzaj wskaźnika finansowego	Liczba modeli z tym wskaż.
Dochód netto/majątek ogółem (rotacja majątku)	54
Wskaźnik bieżącej płynności finansowej	51
Kapitał obrotowy/majątek ogółem (wskaźnik pokrycia majątku)	45
Zysk zatrzymany/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	42
Zysk przed opodatkowaniem/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	35
Sprzedaż/majątek ogółem (globalny wskaźnik obrotu aktywami)	32
Wskaźnik płynności przyspieszonej	30
Zadłużenie ogółem/majątek ogółem (wskaźnik ogólnego zadłużenia)	27
Majątek obrotowy/majątek ogółem (wskaźnik struktury aktywów)	26
Dochody netto/majątek netto (wskaźnik rotacji netto)	23
Zobowiązania ogółem/majątek ogółem (wskaźnik zadłużenia)	19
Środki pieniężne/majątek ogółem (struktura majątku)	18
Wart. rynk. kap. włas./wart. księgową zadłużenia (wskaźnik zadłuż.)	16
Przepływy pieniężne operacyjne/majątek ogółem (wskaźnik rentow.)	15
Przepływy pieniężne operacyjne/zobowiąz. ogółem (wskaźnik zadłuż.)	14
Zobowiązania bieżące/majątek ogółem (wskaźnik zadłużenia)	13
Przepływy pieniężne operacyjne/dług całkowity (wskaźnik zadłuż.)	12
Aktywa płynne/majątek ogółem (wskaźnik struktury aktywów)	11
Środki obrotowe/sprzedaż (wskaźnik sprawności działania)	10
Zysk przed opodat. (EBIT)/odsetki (wskaźnik zadłużenia)	10
Zapasy/sprzedaż (wskaźnik efektywności działania)	10
Dochody operacyjne/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	10

Źródło: na podstawie [Bellovary, Giacomino i Akers 2007, s. 42].

W powyższej pracy porównywano także zdolność predykcyjną zestawionych modeli. Jak wykazano, wysoką zdolnością predykcyjną wykazywały się zarówno modele dyskryminacyjne, jak również sieci neuronowe, modele logitowe oraz drzewa klasyfikacyjne. Potwierdza to tezę, iż zdolność predykcyjna modeli nie zależy od ich typu.

Porównywano również stopień utraty zdolności predykcyjnej modeli wraz ze wzrostem horyzontu prognozy. Potwierdzono tezę, że dobre prognozy bankructwa uzyskuje się na jeden rok naprzód, niektóre modele dawały dobre rezultaty przy dwuletnim horyzoncie prognozy. Akceptowalne bywały też prognozy bankructwa na trzy lata naprzód. Przyjmowanie dłuższego horyzontu prognozy nie jest uzasadnione, gdyż zdolność prognozy wszechkierunkowa wszelkich typów modeli drastycznie spada.

Reasumując, doświadczenia światowe w zakresie typu modeli prognozowania bankructwa oraz charakteru i liczby uwzględnianych w nich zmiennych, wymienieni autorzy formułują następujące wnioski:

- zdolność do poprawnej klasyfikacji i zdolność predykcyjna modelu nie zależy od liczby uwzględnianych w nim zmiennych, większa ich liczba nie gwarantuje mniejszego błędu prognozy,
- uwzględnianie zbyt wielu wskaźników może zmniejszać praktyczną użyteczność zbudowanego modelu,
- „nowsze” modele nie są bardziej obiecujące pod względem teoretycznym i praktycznym niż modele „starsze”.

Odnosząc się do wyników zawartych w tabeli 2.3, należy zauważyć, że w grupie 22 najczęściej przyjmowanych wskaźników finansowych znajduje się: 7 wskaźników mierzących w różny sposób poziom zadłużenia firmy, 5 wskaźników mówiących o sprawności (efektywności) działania i aktywności gospodarczej firm (wskaźniki rotacji), 4 wskaźniki rentowności, 3 wskaźniki struktury majątku, 2 wskaźniki płynności i 1 wskaźnik powiązań kapitałowo-majątkowych. Zwraca uwagę brak wskaźników wartości rynkowej firmy.

Wyniki analiz częstości przyjmowania odpowiednich wskaźników finansowych jako zmiennych diagnostycznych w modelach publikowanych w anglojęzycznej literaturze światowej dotyczącej prognozowania bankructwa nie mogą być jednak w pełni miarodajnymi wskazówkami dotyczącymi ich przyjmowania w modelach prognostycznych dla gospodarki polskiej. Po pierwsze, dlatego że amerykański system rachunkowości, oparty na US GAAP, różni się od przyjętego w Polsce oraz w Unii Europejskiej systemu rachunkowości opartego na IFRS (MSSF). Po drugie, dlatego że w analizowanych modelach, głównie dla gospodarki amerykańskiej, przyjmowano różnorodne wskaźniki należące do tej samej grupy. Trudno więc powiedzieć, czy np. jako miarę zadłużenia należy przyjąć wskaźnik zadłużenia ogólnego, czy wartość rynkową kapitału własnego do wartości księgowej zadłużenia, czy przepływy pieniężne operacyjne do zobowiązań ogółem, czy zobowiązania bieżące do majątku ogółem, czy przepływy pieniężne operacyjne do długu całkowitego, czy zysk przed opodatkowaniem do odsetek, czy może wszystkie razem lub inną ich kombinację. To prowadzi do stwierdzenia, że konieczne jest prześledzenie, jakie wskaźniki przyjmowano w modelach predykcji bankructwa w gospodarce polskiej.

2.3. Wskaźniki finansowe wybierane w modelach prognozowania bankructwa dla gospodarki polskiej

Pierwszym modelem prognozowania bankructwa w gospodarce polskiej był model E. Mączyńskiej. Zastosowała ona multiplikatywny model uproszczonej analizy dyskryminacyjnej do przewidywania upadłości polskich firm [Mączyńska 1994]. Zmiennymi dyskryminującymi w tym modelu były następujące wskaźniki: X_1 – (zysk brutto + amortyzacja)/zobowiąza-

nia krótko- i długookresowe (wskaźnik zadłużenia), X_2 – suma bilansowa/zobowiązania krótko- i długookresowe (zadłużenie), X_3 – wynik finansowy brutto/aktywa (rentowność), X_4 – wynik finansowy brutto/przychody (wskaźnik wartości dodanej – rentowność), X_5 – zapasy/przychody (rotacja zapasów – sprawność działania), X_6 – przychody/aktywa (sprawność działania). Innym wczesnym modelem prognozowania bankructwa polskich firm jest model dyskryminacyjny [Pogodzińska i Sojak 1995], w którym jako zmienne dyskryminujące przyjęto tylko dwa wskaźniki finansowe: płynności i rentowności.

W przedstawionym w rozdziale I modelu dyskryminacyjnym [Gajdka i Stos 1996] autorzy przyjęli 5 wskaźników finansowych jako zmienne dyskryminujące: X_1 – efektywność aktywów, X_2 – rotacja zobowiązań w dniach, X_3 – stopa zwrotu aktywów, X_4 – stopa zysku brutto, X_5 – stopa zadłużenia. Jak z powyższego wynika, w omawianym modelu znalazły się: dwa wskaźniki sprawności działania (efektywność aktywów i rotacja zobowiązań), dwa wskaźniki rentowności i jeden wskaźnik zadłużenia.

Jak także wspomniano w rozdziale I, podstawową polską pracą z lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku jest monografia [Hadasik 1998]. Zaprezentowano w niej dziewięć modeli w postaci liniowej funkcji dyskryminacyjnej, w których zmienne dyskryminujące wybierano metodą analiz kroczących „w przód” i „w tył”. W modelach tych wykorzystano następujące wskaźniki (w nawiasie podano, w ilu modelach występował określony wskaźnik):

1. Wskaźniki płynności:
 - wskaźnik płynności bieżącej (3),
 - wskaźnik płynności szybkiej (3).
2. Wskaźniki zadłużenia:
 - wskaźnik ogólnego zadłużenia (9),
 - wskaźnik udziału kapitału obrotowego w sumie bilansowej (3),
 - wskaźnik pokrycia aktywów kapitałem własnym (1).
3. Wskaźniki sprawności:
 - wskaźnik rotacji należności w dniach (8),
 - wskaźnik rotacji aktywów (1),
 - cykl odnawiania zapasów (9).
4. Wskaźniki rentowności:
 - wskaźnik rentowności kapitału całkowitego (2),
 - wskaźnik rentowności zapasów (8).

Spośród zaprezentowanych modeli [Hadasik 1998] najwyższą zdolność ogólną do poprawnej klasyfikacji, wynoszącą 96,7%, miał model o 7 zmiennych dyskryminujących:

- X_1 – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe (wskaźnik płynności bieżącej),
- X_2 – (aktywa obrotowe – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe (wskaźnik płynności szybkiej),
- X_3 – zobowiązania ogółem/suma bilansowa (wskaźnik ogólnego zadłużenia),
- X_4 – kapitał pracujący/suma bilansowa (wskaźnik pokrycia aktywów),
- X_5 – (należności x 365)/ przychody ze sprzedaży (wskaźnik rotacji należności w dniach),
- X_6 – (zapasy x 365)/przychody ze sprzedaży (cykl odnawiania zapasów),
- X_7 – wynik netto/zapasy (wskaźnik rentowności zapasów).

Mimo oszacowania wielu wariantów modeli dyskryminacyjnych dla niestandardyzowanej i standaryzowanej postaci zmiennych dyskryminujących, autorka nie daje wyraźnej odpowiedzi, jaki zestaw wskaźników dyskryminujących należy uznać za optymalny dla celów prognozowania bankructwa.

Cała gama modeli predykcji bankructwa przedstawiona została w pracach Hołdy. W najwcześniejszej z opublikowanych [Hołda 2001a] przyjął on w modelu dyskryminacyjnym pięć wskaźników finansowych: dwa wskaźniki sprawności działania (rotacja majątku i rotacja zobowiązań), wskaźnik płynności, zadłużenia oraz wskaźnik rentowności majątku. W niepublikowanej pracy doktorskiej [Hołda 2000, s. 205] przedstawiony został także model logistyczny predykcji bankructwa dla tych samych pięciu wskaźników finansowych.

W monografii [Hołda 2006] przedstawił on wiele modeli predykcji bankructwa w postaci funkcji dyskryminacyjnych, modeli logitowych, drzew decyzyjnych oraz sieci neuronowych. Rozdzielono też populację firm według branż PKD, wyróżniając ich trzy podstawowe typy: branża produkcyjna (grupa I-III), branża budowlana (grupa IV) oraz branża handlowo-usługowa (grupa V-VII). Metodą regresji krokowej dobierano zmienne dyskryminujące, uzyskując ich optymalną ilość dla poszczególnych typów modeli. W modelu dyskryminacyjnym dla branży produkcyjnej przyjęto trzy wskaźniki finansowe: rentowności względem kosztów operacyjnych, płynności oraz zadłużenia. Dla tego samego zestawu wskaźników zbudowano model logitowy oraz sieć neuronową. Dla branży budowlanej, stosując metodę regresji krokowej, ustalono trzy zmienne diagnostyczne: zadłużenie, rentowność i obrotowość. Dla tych wskaźników policzono model dyskryminacyjny, logitowy oraz sieć neuronową. Dla branży handlowo-usługowej metodą regresji krokowej dobrano zestaw wskaźników obejmujący dwie zmienne: rentowność majątku oraz płynność i dla nich zbudowano odpowiednie modele.

Alternatywnie do regresji krokowej dokonano redukcji zmiennych diagnostycznych metodą głównych składowych. Dla tej metody doboru optymalnych zestawów zmiennych diagnostycznych w branży produkcyjnej, budowlanej oraz handlowo-usługowej otrzymano każdorazowo cztery wskaźniki: rentowności majątku, płynności, obrotowości i zadłużenia, jednak różniące się w szczegółach definiowaniem liczników i mianowników tych wskaźników. Ponownie policzono modele predykcji bankructwa w postaci funkcji dyskryminacyjnych, logitowych oraz sieci neuronowych dla poszczególnych branż.

Dla pogłębienia analizy doboru wskaźników do modeli predykcji bankructwa w omawianej pracy zastosowano także inne warianty analiz kroczących „w przód” i „w tył” stosowanych w analizie dyskryminacyjnej i logitowej. W wyniku zastosowania kroczącej analizy dyskryminacyjnej użytkano zestaw czterech wskaźników określających: rentowność, płynność, zadłużenie odnoszące się do inwestycji oraz obrotowość i dla tych wskaźników policzono odpowiednie modele dyskryminacyjne i sieci neuronowe. Krocząca analiza logitowa „w przód” dała również cztery wskaźniki, ale tym razem dwa z nich reprezentowały rentowność, jeden obrotowość i jeden zadłużenie, a nie było wskaźnika płynności. Dla tego zestawu policzono funkcję logitową i sieć neuronową. Przebadano również wariant z sześcioma wskaźnikami: dwa wskaźniki rentowności, dwa wskaźniki płynności, wskaźnik zadłużenia oraz wskaźnik obrotowości, dla których oszacowano funkcję dyskryminacyjną, logitową oraz sieć neuronową.

Podobne analizy wykonano dla branży budowlanej. Przy zastosowaniu analizy dyskryminacyjnej „w przód” uzyskano analogiczne trzy wskaźniki jak przy regresji krokowej, a przy analizie logitowej „w przód” otrzymano trzy wskaźniki, w tym dwa reprezentujące rentowność oraz jeden zadłużenie. Dla nich policzono model logitowy oraz sieć neuronową i model dyskryminacyjny. Również dla branży handlowo-usługowej przedstawiono analogiczne postępowanie. W przypadku krokowej analizy dyskryminacyjnej otrzymano dwie zmienne istotne, to jest wskaźnik rentowności oraz wskaźnik zadłużenia. Dla tego zbioru zmiennych wejściowych wyznaczono również sieć neuronową. Przy analizie logitowej „w przód” otrzymano trzy wskaźniki: dwa rentowności oraz wskaźnik zadłużenia. Dla tego zestawu policzono model logitowy i sieć neuronową.

W pracy [Hołda 2006] przedstawiono także model bankructwa w formie drzewa klasyfikacyjnego według algorytmu CART dla branży produkcyjnej. Obejmuje ono w pierwszym węźle jedną z postaci wskaźnika zadłużenia (zysk/strata netto do zobowiązań), w drugim węźle wskaźnik zadłużenia ogółem, a w trzecim wskaźnik rentowności. Dla tego zestawu wskaźników zbudowano także sieć neuronową.

Przedstawienie w omawianej pracy tak wielu układów wskaźników oraz postaci modeli prognostycznych skłania do oceny przydatności poszczególnych typów wskaźników jako zmiennych diagnostycznych oraz odpowiedniości stosowanych typów modeli. Pierwsza uwaga dotyczy konieczności budowania modeli predykcji bankructwa dla poszczególnych branż. Dla branży produkcyjnej średnia zdolność do poprawnej klasyfikacji (na zbiorze uczącym) mieściła się w granicach 87-95%, a średnia zdolność prognostyczna (na zbiorze testowym) wynosiła 77-85%. Spośród stosowanych typów modeli (funkcja dyskryminacyjna, model logitowy, sieć neuronowa) żaden nie wykazuje systematycznej przewagi. Jeśli chodzi o ilość przyjmowanych zmiennych diagnostycznych, to również nie można stwierdzić, że wprowadzenie większej liczby wskaźników daje wyższą zdolność prognostyczną, wyjąwszy przypadek sieci neuronowej o sześciu zmiennych wejściowych, która charakteryzuje się najwyższą zdolnością prognostyczną wśród omawianych modeli.

Dla branży budowlanej średnia zdolność do poprawnej klasyfikacji mieściła się w granicach 85-96%, a średnia zdolność prognostyczna wynosiła 65-90%. Również i tutaj nie ma istotnej różnicy w zdolności predyktywnej ze względu na rodzaj zastosowanego modelu. Nie ma także znaczenia ilość przyjmowanych zmiennych diagnostycznych. Podobnie jak w branży produkcyjnej najwyższą zdolnością predyktywną charakteryzowała się sieć neuronowa o najwyższej liczbie wskaźników (cztery zmienne).

Dla branży handlowo-usługowej zdolność do poprawnej klasyfikacji mieściła się w granicach 76-83%, a zdolność predyktywna w granicach 61-82%. Również tutaj jakość prognostyczna modelu nie zależy od jego rodzaju i ilości przyjmowanych zmiennych diagnostycznych. W przeciwieństwie do dwóch poprzednich branż, tutaj najwyższą zdolnością prognostyczną charakteryzuje się model logitowy i sieć neuronowa o dwóch zmiennych, a nie o najwyższej ich liczbie (cztery zmienne).

Z przeprowadzonych obszernych i wielowariantowych badań empirycznych zaprezentowanych w pracy [Hołda 2006] wynika, że nie można jednoznacznie wskazać ani typu modelu predykcji bankructwa, ani właściwej liczby zmiennych diagnostycznych, ani ich charakteru ekonomicznego.

Kolejnym autorem publikującym dyskryminacyjny model predykcji bankructwa był [Prusak 2004]. Przedstawił on dwa modele, jeden z wyprzedzeniem rocznym (model P_1) i drugi z wyprzedzeniem dwuletnim w stosunku do okresu, w którym badane spółki upadły (P_2). W modelu P_1 przyjął on 4 zmienne dyskryminujące: 2 wskaźniki rentowności (rentowność majątku i rentowność sprzedaży), jedną w postaci wskaźnika efektywności działania oraz jeden z wariantów wskaźnika zadłużenia. W modelu P_2 przyjął 3 zmienne: 2 wskaźniki zadłużenia oraz rentowność sprzedaży. W później-

szej książce [Prusak 2005] przedstawił kolejne dwa modele predykcji bankructwa (P_3 i P_4) w postaci funkcji dyskryminacyjnych. W modelu P_3 autor przyjął trzy wskaźniki finansowe: rentowność sprzedaży oraz dwa rodzaje wskaźników zadłużenia. W modelu P_4 przyjęto cztery zmienne: 2 wskaźniki rentowności oraz 2 wskaźniki zadłużenia.

W literaturze polskiej funkcjonuje również model „poznaki” [Hamrol, Czajka i Piechocki 2004], w którym autorzy przyjęli cztery zmienne dyskryminujące: X_1 – wynik finansowy netto/majątek całkowity (wskaźnik rentowności), X_2 – (majątek obrotowy – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe (wskaźnik zadłużenia), X_3 – kapitał stały/majątek całkowity (wskaźnik powiązań kapitałowo-majątkowych), X_4 – wynik finansowy ze sprzedaży/przychody netto ze sprzedaży (wskaźnik rentowności).

Obszerne badania dotyczące zagrożenia finansowego przedsiębiorstw polskich przedstawił Gruszczyński w swoich pracach [Gruszczyński 2001] oraz [Gruszczyński 2003]. W modelach logitowych wykorzystywał on następujące wskaźniki finansowe:

- płynności (stopa bieżąca płynności, stopa wysokiej płynności, stopa podwyższonej płynności),
- zadłużenia (stopa zadłużenia, zadłużenie kapitału własnego, dźwignia finansowa),
- efektywności działania (obróć należnościami, obróć zobowiązaniami, obróć zapasami, obróć aktywami, efektywność zapasów, efektywność kapitału obcego),
- rentowności (rentowność aktywów, rentowność operacyjna aktywów, rentowność kapitału własnego, marża zysku brutto, marża zysku netto).

Wskaźniki finansowe dobierane były do modeli na podstawie przeprowadzonej analizy korelacji (wysokie skorelowanie pomiędzy zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą, niskie skorelowanie pomiędzy zmiennymi objaśniającymi), analizy koincydencji, istotności parametrów stojących przy zmiennych objaśniających, wysokiej zdolności do poprawnej klasyfikacji oraz przy zachowaniu zasady, że do modelu mogą wejść co najwyżej dwa wskaźniki z tej samej grupy.

Również [Wędzki 2005] przedstawił szereg modeli logitowych upadłości w gospodarce polskiej. Przedstawił on dziewięć modeli, w których w różny sposób dobierał zmienne objaśniające. Najwyższą zdolnością do poprawnej klasyfikacji charakteryzował się model logitowy o sześciu zmiennych: X_1 – (majątek obrotowy + rozliczenia międzyokresowe czynne)/(zobowiązania krótkoterminowe + rozliczenia międzyokresowe bierne), (wskaźnik zadłużenia), X_2 – (rezerwy + zobowiązania długoterminowe + zobowiązania krótkoterminowe + rozliczenia międzyokresowe bierne)/ak-

tywa (wskaźnik zadłużenia), X_3 – odsetki/zysk (strata) na działalności gospodarczej + odsetki (wskaźnik zadłużenia), X_4 – indeks dźwigni finansowej (efektywność działania), X_5 – rotacja należności krótkoterminowych/przychody netto ze sprzedaży (wskaźnik efektywności działania), X_6 – zysk (strata) ze sprzedaży/przychody netto ze sprzedaży (wskaźnik rentowności). Natomiast najwyższą zdolność predykcyjną miał model logitowy o trzech zmiennych (X_1, X_2, X_3).

Wyniki szeroko zakrojonych badań przeprowadzonych przez Korolą przedstawione zostały w pracy [Korol i Prusak 2005]. Zastosowano tam modele sztucznych sieci neuronowych dla danych na rok i na dwa lata przed faktem uznania spółek za upadłe. Przy budowie sieci wykorzystano logistyczne funkcje aktywacji oraz wyznaczono wagi dla poszczególnych neuronów za pomocą algorytmu wstecznej propagacji błędów. Klasyfikacji firm do grupy bankrutów i niebankrutów dokonano na podstawie wartości prognozy, przy założeniu, że prawdopodobieństwa pojawienia się obiektów należących do określonej klasy są równe. W badaniach tych przyjęto jako wyjściowy zbiór zmiennych objaśniających 28 wskaźników finansowych, reprezentujących rentowność, płynność, zadłużenie, sprawność działania, wskaźniki struktury majątku i kapitału oraz wskaźnik pochodzenia przedsiębiorstwa jako zmienną wskazującą, w której grupie województw działa wskazane przedsiębiorstwo. Badanie przeprowadzono w sposób wielowariantowy [Prusak 2005, s. 171-172]. Wyznaczono modele oceny zagrożenia finansowego przedsiębiorstw dla trzech wariantów zmiennych objaśniających przy zastosowaniu zbilansowanej próby uczącej i testowej. Oszacowano modele dla różnych proporcji próby uczącej, a następnie zweryfikowano je na próbie testowej przy zachowaniu takich samych proporcji niebankrutów do bankrutów jak w próbie uczącej. Sprawdzone, jak efektywność klasyfikacji modeli zmienia się wraz ze zmianą liczby neuronów w warstwie ukrytej oraz wejściowej i jak reaguje ona na rozbudowę sieci. Przeprowadzono analizę porównawczą oszacowanych modeli z wynikami klasyfikacji uzyskanymi za pomocą innych modeli. Na tle przeprowadzonych badań sformułowano wnioski dotyczące efektywności klasyfikacji firm za pomocą sieci neuronowych.

W pracy [Pociecha 2007] przedstawiono szereg wariantów liniowych funkcji dyskryminacyjnych prognozowania bankructwa firm w gospodarce polskiej. Po przeprowadzeniu szerokiej dyskusji dotyczącej doboru odpowiednich wskaźników, wstępnie przyjęto 13 zmiennych dyskryminujących. Następnie zastosowano procedury testowania jakości danych. W efekcie wybrano różne układy obszarów analizy finansowej, tworząc odpowiednie zestawy wskaźników dla wybranych obszarów. Spośród wielu możliwych układów zmiennych dyskryminujących metodą selekcji krokowej wybrano

tylko modele o najwyższej zdolności do poprawnej klasyfikacji oraz najwyższej zdolności predyktywnej. W efekcie przedstawiono model zbudowany w oparciu o wskaźniki płynności i rentowności (3 zmienne dyskryminujące), model o wskaźnikach rentowności i zadłużenia (5 zmiennych), model dla wskaźników rentowności, zadłużenia i struktury finansowej (5 zmiennych), wskaźników płynności i zadłużenia (4 zmienne), płynności i struktury finansowej (4 zmienne), płynności, zadłużenia i struktury finansowej (2 zmienne).

We wnioskach końcowych [Pociecha 2007, s. 77] stwierdzono, że sprawność klasyfikacyjna i predyktywna modelu ze wszystkimi 13 zmiennymi dyskryminującymi nie była najwyższa a przeciętna. Nie ma więc podstaw, aby sądzić, że jeśli do modelu zostaną włączone wskaźniki reprezentujące wszystkie obszary analizy finansowej, to taki model będzie się charakteryzował najwyższą zdolnością klasyfikacyjną i prognostyczną. Oszacowane różne warianty modeli dyskryminacyjnych wskazują, że bez względu na ilość i rodzaj włączanych wskaźników oszacowane modele wykazywały się zasadniczo podobnymi zdolnościami klasyfikacyjnymi i predyktywnymi. Wskaźniki płynności i rentowności są ważnymi predyktorami bankructwa, jednak nie włączając jednego z tych obszarów można uzyskać model nieustępujący modelowi zawierającemu wskaźniki pochodzące z obydwu grup. Istnieje możliwość wzajemnego zastępowania wskaźników dotyczących płynności, zadłużenia i struktury finansowej bez szkody dla sprawności modelu.

W pracy [Hołda i Pociecha 2009] przedstawiono rozwinięte w stosunku do modeli zamieszczonych w pracy [Hołda 2006] modele drzew decyzyjnych dla branży budowlanej oraz handlowo-usługowej. Drzewo klasyfikacyjne dla branży budowlanej ma jedynie dwa węzły: w pierwszym jest to wskaźnik rentowności jako zysk brutto do majątku ogółem, a w drugim także wskaźnik rentowności jako stosunek środków pieniężnych netto z działalności inwestycyjnej do majątku ogółem.

Na obecnym etapie badań nad prognozowaniem upadłości firm w gospodarce polskiej najważniejszymi z opublikowanych monografi dotyczących tych problemów są prace: [Prusak 2007], [Korol 2010] oraz [Gruszczyński 2012]. W pracy [Prusak 2007] badał on wartości wzorcowe wybranych wskaźników finansowych, a także przedstawił skuteczność modeli dyskryminacyjnych, logitowych, probitowych oraz prawdopodobieństwa liniowego w prognozowaniu upadłości spółek giełdowych. Cennym fragmentem pracy jest zestawienie wskaźników finansowych najczęściej występujących w polskich modelach przewidywania upadłości [Prusak 2007, s. 167]. Według tego zestawienia 19 najczęściej występujących wskaźników finansowych w polskich modelach przewidywania upadłości to:

1. Wskaźniki rentowności:
 - wynik netto/suma bilansowa,
 - wynik na działalności operacyjnej/suma bilansowa,
 - wynik netto/przychody netto ze sprzedaży,
 - wynik brutto/przychody netto ze sprzedaży.
2. Wskaźniki płynności:
 - aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,
 - (aktywa obrotowe – zapasy – krótkoterminowe rozliczenia m/o)/zobowiązania krótkoterminowe,
 - kapitał pracujący/suma bilansowa,
 - (aktywa – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe.
3. Wskaźniki struktury kapitałowo-majątkowej oraz wskaźniki obsługi zadłużenia:
 - (wynik netto + amortyzacja)/zobowiązania ogółem,
 - kapitał własny/suma bilansowa,
 - zobowiązania krótkoterminowe/suma bilansowa,
 - aktywa trwałe/suma bilansowa,
 - zobowiązania ogółem/suma bilansowa.
4. Wskaźniki rotacji (sprawności, produktywności):
 - przychody netto ze sprzedaży/suma bilansowa,
 - zobowiązania krótkoterminowe (wartość średnia) x 365/koszt wytworzenia produkcji sprzedanej,
 - zapasy/przychody ze sprzedaży,
 - zapasy/koszty działalności operacyjnej,
 - należności krótkoterminowe x 365/przychody ze sprzedaży,
 - koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)/wartość średnia zobowiązań krótkookresowych bez funduszy specjalnych i krótkookresowych zobowiązań finansowych.

Rozwinięcie zagadnień badania upadłości firm w kierunku nawiązania do teorii ekonomicznych dotyczących bankructwa w gospodarce rynkowej, instytucjonalnych rozwiązań w obszarze upadłości przedsiębiorstw oraz mierników oceny efektywności systemów upadłościowych zawiera praca [Prusak 2011].

Kolejną znaczącą współczesną pracą jest monografia [Korol 2010]. W pracy tej nawiązano do teorii ekonomicznych bankructwa w wybranych teoriach przedsiębiorstwa. Rozpatrywano znaczenie „demograficznych” cech przedsiębiorstw jako przesłanek do ich ewentualnej upadłości oraz przeprowadzono systematyzację modeli prognozowania upadłości. Zawarto w niej także charakterystykę metodologii wybranych narzędzi prognozowania upadłości oraz przedstawiono wieloczynnikowy system wczesnego

ostrzegania przedsiębiorstw. Bardzo istotna jest zamieszczona w pracy tabela zawierająca wskaźniki finansowe wykorzystane w badaniach przeprowadzonych przez autora [Korol 2010, s. 143]. W badaniach tych brano pod uwagę następujące wskaźniki:

1. Wskaźniki rentowności:
 - zysk ze sprzedaży/wartość sumy bilansowej,
 - zysk z działalności operacyjnej/przychody netto ze sprzedaży.
2. Wskaźniki płynności finansowej:
 - aktywa obrotowe/aktywa (bez krótkoterminowych rozliczeń m/o)/zobowiązania krótkoterminowe,
 - aktywa obrotowe/aktywa (bez krótkoterminowych rozliczeń m/o) – zapasy/zobowiązania krótkoterminowe,
 - kapitał obrotowy/suma bilansowa.
3. Wskaźniki zadłużenia:
 - zobowiązania krótkoterminowe/suma bilansowa,
 - kapitał własny/zobowiązania ogółem,
 - (zysk netto + amortyzacja)/zobowiązania ogółem,
 - zysk brutto/zobowiązania krótkoterminowe,
 - (kapitał własny + zobowiązania długoterminowe)/aktywa trwałe.
4. Wskaźniki sprawności działania:
 - koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)/wartość zobowiązań krótkoterminowych,
 - przychody ze sprzedaży/suma bilansowa,
 - przychody ze sprzedaży/należności krótkoterminowe.
5. Inne mierniki finansowe:
 - logarytm dziesiętny z aktywów ogółem.

Jednym z nowych podsumowań badań nad modelowaniem i prognozowaniem bankructwa jest praca [Gruszczyński 2012], w której rozdział 4 przedstawia modelowanie zagrożenia finansowego i bankructwa. Autor wprowadza rozróżnienie pomiędzy modelami zagrożenia finansowego, będącymi modelami wczesnego ostrzegania a modelami zaprzestania działalności firm. Wskazuje on na znaczenie doboru zmiennych i rolę wskaźników finansowych.

Reasumując, przegląd wskaźników finansowych jako zmiennych diagnostycznych przyjmowanych w różnego rodzaju modelach predykcji bankructwa zarówno dla gospodarek o anglosaskim systemie rachunkowości, jak i dla gospodarki polskiej, należy stwierdzić, iż nie da się jednoznacznie określić hierarchii znaczenia poszczególnych typów wskaźników jako predyktorów bankructwa. Nie można też powiedzieć, że modele obejmujące wszystkie grupy wskaźników (płynności, zadłużenia, efektywności działa-

nia, rentowności) precyzyjniej przewidują upadłość firmy niż modele obejmujące tylko niektóre typy wskaźników. Co więcej, w wielu modelach występuje więcej niż jeden wskaźnik z tej samej grupy jako predyktor bankructwa. Wszystko to prowadzi do konkluzji, iż nie można sformułować żadnej istotnej reguły ekonomicznej dotyczącej przyczyn bankructwa, mierzonych wskaźnikami finansowymi.

Fakt, że dany specyficzny wskaźnik finansowy okazuje się dobrą cechą diagnostyczną bankructwa, nie zależy od jego konstrukcji ekonomicznej, a może zależeć od statystycznych własności dotyczących jego rozkładu w badanej populacji firm. To sugeruje dokonywanie dogłębnej analizy statystycznej rozkładów i ich charakterystyk liczbowych w populacjach bankructów oraz firm dobrze prosperujących, co zostanie przedstawione w dalszej części pracy.

ROZDZIAŁ III

ZBIÓR DANYCH I JEGO CHARAKTERYSTYKA

3.1. Uwagi wstępne

Modelowanie i prognozowanie upadłości¹ przedsiębiorstw jest oparte przede wszystkim na danych finansowych przedsiębiorstw. W analizie wykorzystuje się wartości wskaźników finansowych przedsiębiorstw zarówno ogłaszających upadłość – „bankrutów”, jak i kontynuujących działalność gospodarczą – „zdrowych”.

Ważnym zagadnieniem w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw jest dostępność odpowiednich danych finansowych. Problem ten przekłada się na wielkość prób badawczych, które są wykorzystywane do szacowania parametrów modeli prognostycznych. Zbiór informacji o przedsiębiorstwach, które ogłosiły upadłość w danym roku, jest zwykle ograniczony. W celu przeprowadzenia badań empirycznych buduje się często zbiory danych zawierające dane finansowe przedsiębiorstw, które ogłosiły upadłość w okresie kilku lat.

W rozdziale pierwszym, w którym dokonano przeglądu modeli światowych oraz modeli polskich, wspomniano o wielkościach prób, na podstawie których szacowano wymienione modele. Próby te na ogół nie były zbyt liczne. W klasycznym modelu Altmana z 1968 roku wielkość próby wynosiła 66 przedsiębiorstw (33 „bankrutów” i 33 „niebankrutów”). Wyjątkiem od reguły jest próba, na której szacował swój model logitowy Ohlson w 1980 roku. Wynosiła ona 105 „bankrutów” oraz 2058 przedsiębiorstw „zdrowych”.

Statystyczna weryfikacja poprawności klasyfikacji, prowadzona na podstawie małych prób, obarczona jest stosunkowo wysokim błędem. To motywuje do konstruowania możliwie dużych prób. Z drugiej strony ważną cechą jest homogeniczność badanych populacji. W rozważanym przypadku chodzi o możliwie jednorodne przyczyny upadłości przedsiębiorstw, o których możemy mówić tylko dla jednorodnych sektorów gospodarki w jednorodnych przedziałach czasowych. W praktyce chodzi więc o pogodzenie trudnych do spełnienia wymogów: możliwie dużej próby z możliwie jednorodnych sektorów gospodarki w jednorodnych okresach. Kierując się tymi przesłankami

¹ Pojęcie „upadłość” nie jest tożsame z pojęciem „bankructwo”. Jednak w pracy pojęcia te są stosowane zamiennie i rozumiane jako „bankructwo”.

autorzy skonstruowali możliwie duże próby dla względnie jednorodnego sektora przetwórstwa przemysłowego w poszczególnych latach badanego okresu. Według wiedzy autorów, na tak dużych i różnorodnych zbiorach danych, nie były prowadzone w Polsce badania nad upadłością przedsiębiorstw.

3.2. Dane finansowe z serwisu EMIS Intelligence – Polska

Źródłem danych będących podstawą przeprowadzonych analiz empirycznych była baza pochodząca z serwisu EMIS Intelligence – Polska oparta na danych z Monitora Polskiego B. Serwis internetowy EMIS (*Emerging Markets Information Service*) jest rozwijany przez firmę ISI Emerging Markets od 1994 roku. Zawiera on informacje ekonomiczne, finansowe i polityczne o ponad 80 rynkach wschodzących na całym świecie. W ramach umowy licencyjnej na EMIS Intelligence – Polska można korzystać z artykułów prasowych, agencyjnych, sprawozdań finansowych spółek publicznych i niepublicznych (w tym: Monitora Polskiego B), raportów branżowych, notowań giełdowych, statystyk i danych makroekonomicznych.

Monitor Polski B był dziennikiem urzędowym Rzeczypospolitej Polskiej. Był on wydawany prawie codziennie przez Kancelarię Prezesa Rady Ministrów. W Monitorze były publikowane sprawozdania finansowe określone w przepisach o rachunkowości, ogłoszenia i obwieszczenia przedsiębiorców oraz inne akty prawne. Obowiązek ogłaszania w Monitorze Polskim B rocznych sprawozdań finansowych dotyczył „m.in. banków, zakładów ubezpieczeń, funduszy emerytalnych oraz pozostałych jednostek, które w poprzedzającym roku obrotowym, za który sporządzono sprawozdania finansowe, spełniły co najmniej dwa z następujących warunków:

- średnioroczne zatrudnienie w przeliczeniu na pełne etaty wyniosło co najmniej 50 osób,
- suma aktywów bilansu na koniec roku obrotowego stanowiła równowartość w walucie polskiej co najmniej 2 500 000 euro,
- przychody netto ze sprzedaży towarów i produktów oraz operacji finansowych za rok obrotowy stanowiły równowartość w walucie polskiej co najmniej 5 000 000 euro”².

W związku z wejściem w życie 1 stycznia 2013 roku postanowień ustawy z dnia 16 września 2011 r. o redukcji niektórych obowiązków obywateli i przedsiębiorców (Dz.U. z 2011 r. nr 232, poz. 1378) zniesiony został obowiązek ogłaszania sprawozdania finansowego w Monitorze Polskim B przez podmioty składające sprawozdania finansowe do sądu rejestrowego (m.in. spółki handlowe) i zaprzestano publikacji Monitora Polskiego B³.

² <http://www.monitorb.pl/co-to-jest-monitor,info,5,pl.html> [dostęp: 15.07.2014].

³ <http://www.monitorb.pl/publikacja-sprawozdan-finansowych,info,8,pl.html> [dostęp: 24.07.2014].

Roczne dane finansowe pobrane z serwisu EMIS Intelligence – Polska dotyczyły przedsiębiorstw działających w sektorze przetwórstwa przemysłowego (dział od 15.11 do 37.20 według PKD 2004). W badaniu nie uwzględniono działów, w przypadku których występowały informacje tylko o przedsiębiorstwach, które ogłosiły upadłość albo tylko o kontynuujących działalność w analizowanym okresie.

Zakres czasowy danych finansowych obejmował lata 2005-2009. Wybór 2005 roku jako dolnego ograniczenia zbioru danych był podyktowany koniecznością zachowania porównywalności danych. Nowelizacja ustawy o rachunkowości, ogłoszona w Dz.U. z 2004 r. nr 213, poz. 2155, wprowadziła zmiany w przepisach dotyczących sprawozdawczości finansowej. W badaniu uwzględniono przedsiębiorstwa, które ogłosiły upadłość w latach 2007-2010. Przyjęto, że prowadzone badania w zakresie możliwości przewidywania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce będą prowadzone w dwóch ujęciach, tzn. na 1 rok i na 2 lata przed upadłością. W analizie pominięto zatem przedsiębiorstwa, które ogłosiły upadłość w latach 2005 i 2006. W przypadku badania tych przedsiębiorstw należałoby dysponować danymi finansowymi z lat, odpowiednio, 2003 i 2004 lub 2004 i 2005.

Wskazany przedział czasowy dotyczył wszystkich rozważanych przedsiębiorstw. W przypadku przedsiębiorstw „zdrowych” oznacza to, że kontynuowały one działalność gospodarczą do co najmniej 2010 roku. Natomiast w przypadku przedsiębiorstw „bankrutów” rozważano dane finansowe na 1 rok lub 2 lata przed ogłoszeniem upadłości. To z kolei oznacza, że badaniem objęto – jak wcześniej wspomniano – przedsiębiorstwa, które ogłosiły upadłość w latach 2007-2010.

Z bazy usunięto rekordy dotyczące „bankrutów” z danymi finansowymi z roku ogłoszenia bankructwa, gdyż były nieprzydatne dla prognozowania bankructwa. Usunięto także rekordy opisujące sytuację finansową „bankrutów” w latach poprzedzających ogłoszenie bankructwa o więcej niż dwa lata. Decyzję podjęto w oparciu o literaturę przedmiotu, która wskazuje na małą skuteczność modeli prognostycznych budowanych na podstawie danych finansowych pochodzących z lat oddalonych od roku, w którym ogłoszono bankructwo, o więcej niż 2 lata⁴.

Z bazy znajdującej się w serwisie EMIS Intelligence – Polska pobrano dane dotyczące 22 zmiennych finansowych i 14 wskaźników finansowych. W badaniach zrezygnowano z 5 zmiennych, dla których odnotowano bardzo duże braki danych. Były to następujące zmienne:

⁴ Zob. podrozdział 2.2.

- W_{17} – Zatrudnienie,
- W_{18} – Eksport (% sprzedaży),
- W_{19} – Sprzedaż na zatrudnionego (tys. PLN),
- W_{20} – Wynik netto na zatrudnionego (tys. PLN),
- W_{21} – Wartość eksportu.

Ostatecznie podstawę budowy bazy danych stanowiły 31 zmienne pobrane z serwisu EMIS Intelligence – Polska (tab. 3.1, kolumna pierwsza).

3.3. Budowa bazy danych

Budowę bazy danych rozpoczęto od zbadania kompletności rozważanego zbioru w przekroju obiektów. Na początku zajęto się przedsiębiorstwami, które ogłosiły upadłość. Usunięto rekordy dotyczące „bankrutów”, w których było tylko od 1 do 3 obserwacji. Takich rekordów było 5 i opisywały one sytuację finansową tego samego „bankruta”, ale w różnych latach. Pozostałe rekordy dotyczące przedsiębiorstw „bankrutów” miały co najmniej 25 obserwacji, co stanowiło około 80,65% z 31 rozważanych wartości. W związku z powyższym w przypadku przedsiębiorstw „zdrowych” także usunięto rekordy z liczbą obserwacji mniejszą od 25. W efekcie tego baza zmniejszyła się o 31 rekordów, które opisywały sytuację finansową 8 przedsiębiorstw „zdrowych”.

Następnie zbadano kompletność rozważanego zbioru danych w przekroju zmiennych. Wartości udziału procentowego brakujących informacji wśród danych dotyczących przedsiębiorstw, odpowiednio: ogółem, „bankrutów” i „zdrowych” zamieszczono w tabeli 3.1. We wszystkich rozważanych grupach przedsiębiorstw (tj. ogółem, „bankrutów”, „zdrowych”) największe udziały procentowe braków odnotowano dla trzech wskaźników finansowych informujących o rotacji, odpowiednio: należności, aktywów stałych i aktywów ogółem. Udziały procentowe przekraczające poziom 5% występowały także wśród danych dotyczących amortyzacji i EBITDA przedsiębiorstw „bankrutów” (tab. 3.1).

Z uwagi na to, że największy udział procentowy brakujących informacji wśród danych dotyczących przedsiębiorstw, odpowiednio: ogółem, „bankrutów” i „zdrowych” nie przekraczał 11% (tab. 3.1) podjęto decyzję o uzupełnieniu brakujących danych. W tym celu podzielono „bankrutów” na grupy, przyjmując za kryteria rok, z którego pochodziło sprawozdanie finansowe i wyprzedzenie czasowe w stosunku do roku ogłoszenia upadłości. W przypadku przedsiębiorstw „zdrowych” grupowania dokonano tylko ze względu na rok, z którego pochodziło sprawozdanie finansowe. Do szacowania brakujących informacji w utworzonych grupach przedsiębiorstw wykorzystano odporną na obserwacje odstające statystykę położenia, tj. medianę wartości poszczególnych zmiennych finansowych. W ten sposób otrzymano bazę da-

nych obejmującą możliwie duży zakres danych wejściowych, a jednocześnie niezniekształcającą relacji pomiędzy zmiennymi finansowymi.

Tabela 3.1. Wartości udziału procentowego brakujących informacji wśród danych dotyczących przedsiębiorstw, odpowiednio: ogółem, „bankrutow” i „zdrowych”

Zmienna finansowa	Braki ogółem	Braki wśród „bankrutow”	Braki wśród „zdrowych”
W_{01} – Aktywa trwałe	0,00%	0,00%	0,00%
W_{02} – Aktywa obrotowe	0,00%	0,00%	0,00%
W_{03} – Zapasy	0,04%	0,00%	0,04%
W_{04} – Należności krótkoterminowe	0,01%	0,00%	0,01%
W_{05} – Środki pieniężne i inne aktywa pieniężne	0,83%	0,55%	0,84%
W_{06} – Suma bilansowa	0,00%	0,00%	0,00%
W_{07} – Kapitał własny	0,00%	0,00%	0,00%
W_{08} – Zobowiązania długoterminowe	0,00%	0,00%	0,00%
W_{09} – Zobowiązania krótkoterminowe	0,01%	0,00%	0,01%
W_{10} – Przychody ogółem	0,00%	0,00%	0,00%
W_{11} – Przychody netto ze sprzedaży	0,00%	0,00%	0,00%
W_{12} – Koszty operacyjne	0,01%	0,00%	0,01%
W_{13} – Wynik na działalności operacyjnej	0,00%	0,00%	0,00%
W_{14} – Wynik brutto	0,00%	0,00%	0,00%
W_{15} – Wynik netto	0,00%	0,00%	0,00%
W_{16} – Amortyzacja	3,17%	8,24%	3,04%
W_{22} – EBITDA	3,00%	7,69%	2,88%
W_{23} – Wskaźnik płynności bieżącej	0,04%	0,00%	0,04%
W_{24} – Wskaźnik płynności szybki	0,04%	0,00%	0,04%
W_{25} – Wskaźnik natychmiastowej wymagalności	0,05%	0,00%	0,06%
W_{26} – Wskaźnik zadłużenia aktywów	0,00%	0,00%	0,00%
W_{27} – Wskaźnik zadłużenia kapitału własnego	0,00%	0,00%	0,00%
W_{28} – Wskaźnik zadłużenia długoterminowego	0,05%	0,00%	0,06%
W_{29} – Wskaźnik rentowności brutto (%)	0,00%	0,00%	0,00%
W_{30} – Wskaźnik rentowności netto (%)	0,01%	0,00%	0,01%
W_{31} – Wskaźnik rentowności kapitałów własnych (%)	0,00%	0,00%	0,00%
W_{32} – Wskaźnik rentowności aktywów (%)	0,00%	0,00%	0,00%
W_{33} – Wskaźnik rotacji należności	9,99%	10,99%	9,96%
W_{34} – Wskaźnik rotacji aktywów stałych	10,04%	10,44%	10,03%
W_{35} – Wskaźnik rotacji aktywów	9,81%	10,44%	9,79%
W_{36} – Wskaźnik poziomu kosztów operacyjnych (%)	0,07%	0,00%	0,07%
Ogółem	1,20%	1,56%	1,19%

Uwaga: kolorem jasnoszarym zaznaczono wartości wskaźnika braków z przedziału (2%, 5%), zaś kolorem ciemnoszarym wartości równe co najmniej 5%.

Źródło: obliczenia własne.

Na kolejnym etapie budowy bazy danych rozszerzono zbiór zmiennych o 20 wskaźników finansowych, biorąc pod uwagę – po pierwsze – częstość ich występowania w innych pracach z zakresu prognozowania bankructwa przedsiębiorstw⁵ i – po drugie – możliwość obliczenia ich na podstawie posiadanych danych finansowych (zmienne W_{01} - W_{16} i W_{22} - W_{36}).

Wskaźniki finansowe wybrane do badań empirycznych (tj. 15 wytypowanych spośród zmiennych wygenerowanych z serwisu EMIS i 20 obliczonych na podstawie literatury przedmiotu) podzielono na cztery grupy zgodnie z klasyfikacją odwołującą się do ważnych charakterystyk sytuacji finansowej przedsiębiorstw, a mianowicie: płynności, poziomu zadłużenia (obsługi zadłużenia, struktury kapitałowo-majątkowej, wspomagania finansowego), rentowności (zyskowności) i sprawności działania (rotacji, produktywności). Wyodrębniono także grupę pod nazwą „wskaźniki inne”, obejmującą 2 wskaźniki określające wielkość przedsiębiorstwa.

Ostatecznie baza danych obejmowała 35 wskaźników finansowych, których formuły obliczeniowe przedstawiono poniżej.

– Wskaźniki płynności:

$$R_{01} = W_{02} / W_{09} = \frac{\text{Aktywa obrotowe}}{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \quad (3.1)$$

$$R_{02} = (W_{02} - W_{03}) / W_{09} = \frac{\text{Aktywa obrotowe} - \text{Zapasy}}{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \quad (3.2)$$

$$R_{03} = (W_{02} - W_{03} - W_{04}) / W_{09} = \frac{\text{Aktywa obrotowe} - \text{Zapasy} - \text{Należności krótkoterminowe}}{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \quad (3.3)$$

$$R_{04} = (W_{02} - W_{09}) / W_{06} = \frac{\text{Aktywa obrotowe} - \text{Zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{Suma bilansowa}}. \quad (3.4)$$

– Wskaźniki zadłużenia:

$$R_{05} = (W_{08} + W_{09}) / W_{06} = \frac{\text{Zobowiązania długoterminowe} + \text{Zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.5)$$

$$R_{06} = (W_{08} + W_{09}) / W_{07} = \frac{\text{Zobowiązania długoterminowe} + \text{Zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{Kapitał własny}}, \quad (3.6)$$

$$R_{07} = W_{08} / W_{07} = \frac{\text{Zobowiązania długoterminowe}}{\text{Kapitał własny}}, \quad (3.7)$$

⁵ Zob. podrozdział 2.3.

$$R_{08} = W_{07} / W_{06} = \frac{\text{Kapitał własny}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.8)$$

$$R_{09} = W_{09} / W_{06} = \frac{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.9)$$

$$R_{10} = W_{01} / W_{06} = \frac{\text{Aktywa trwałe}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} R_{11} &= (W_{15} + W_{16}) / (W_{08} + W_{09}) = \\ &= \frac{\text{Wynik netto} + \text{Amortyzacja}}{\text{Zobowiązania długoterminowe} + \text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$R_{12} = W_{07} / (W_{08} + W_{09}) = \frac{\text{Kapitał własny}}{\text{Zobowiązania długoterminowe} + \text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \quad (3.12)$$

$$R_{13} = W_{14} / W_{09} = \frac{\text{Wynik brutto}}{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \quad (3.13)$$

$$R_{14} = (W_{07} + W_{08}) / W_{01} = \frac{\text{Kapitał własny} + \text{Zobowiązania długoterminowe}}{\text{Aktywa trwałe}}. \quad (3.14)$$

– Wskaźniki rentowności:

$$R_{15} = W_{13} + W_{16} = \text{Wynik na działalności operacyjnej} + \text{Amortyzacja}, \quad (3.15)$$

$$R_{16} = (W_{13} + W_{16}) / W_{06} = \frac{\text{Wynik na działalności operacyjnej} + \text{Amortyzacja}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.16)$$

$$R_{17} = 100 \cdot W_{14} / W_{11} = \frac{100 \cdot \text{Wynik brutto}}{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}, \quad (3.17)$$

$$R_{18} = 100 \cdot W_{15} / W_{11} = \frac{100 \cdot \text{Wynik netto}}{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}, \quad (3.18)$$

$$R_{19} = 100 \cdot W_{15} / W_{07} = \frac{100 \cdot \text{Wynik netto}}{\text{Kapitał własny}}, \quad (3.19)$$

$$R_{20} = 100 \cdot W_{15} / W_{06} = \frac{100 \cdot \text{Wynik netto}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.20)$$

$$R_{21} = W_{13} / W_{06} = \frac{\text{Wynik na działalności operacyjnej}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.21)$$

$$R_{22} = W_{13} / W_{11} = \frac{\text{Wynik na działalności operacyjnej}}{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}. \quad (3.22)$$

– Wskaźniki sprawności działania:

$$R_{23} = W_{11} / ((W_{04}(t) + W_{04}(t-1)) / 2) = \frac{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}{(\text{Należności krótkoterminowe } (t) + \text{Należności krótkoterminowe } (t-1)) / 2}, \quad (3.23)$$

$$R_{24} = W_{11} / ((W_{01}(t) + W_{01}(t-1)) / 2) = \frac{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}{(\text{Aktywa trwałe } (t) + \text{Aktywa trwałe } (t-1)) / 2}, \quad (3.24)$$

$$R_{25} = W_{11} / ((W_{06}(t) + W_{06}(t-1)) / 2) = \frac{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}{(\text{Suma bilansowa } (t) + \text{Suma bilansowa } (t-1)) / 2}, \quad (3.25)$$

$$R_{26} = W_{11} / W_{06} = \frac{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}{\text{Suma bilansowa}}, \quad (3.26)$$

$$R_{27} = W_{09} / W_{12} = \frac{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{Koszty operacyjne}}, \quad (3.27)$$

$$R_{28} = W_{03} / W_{11} = \frac{\text{Zapasy}}{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}, \quad (3.28)$$

$$R_{29} = W_{03} / W_{12} = \frac{\text{Zapasy}}{\text{Koszty operacyjne}}, \quad (3.29)$$

$$R_{30} = W_{04} / W_{11} = \frac{\text{Należności krótkoterminowe}}{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}, \quad (3.30)$$

$$R_{31} = W_{12} / W_{09} = \frac{\text{Koszty operacyjne}}{\text{Zobowiązania krótkoterminowe}}, \quad (3.31)$$

$$R_{32} = W_{11} / W_{04} = \frac{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}{\text{Należności krótkoterminowe}}, \quad (3.32)$$

$$R_{33} = 100 \cdot W_{12} / W_{11} = \frac{100 \cdot \text{Koszty operacyjne}}{\text{Przychody netto ze sprzedaży}}. \quad (3.33)$$

– Wskaźniki inne:

$$R_{34} = W_{01} / W_{02} = \frac{\text{Aktywa trwałe}}{\text{Aktywa obrotowe}}, \quad (3.34)$$

$$R_{35} = \text{Log}(W_{01} + W_{02}) = \text{Log}(\text{Aktywa trwałe} + \text{Aktywa obrotowe}). \quad (3.35)$$

Warto zwrócić uwagę na niektóre powiązania między rozważanymi wskaźnikami finansowymi, a mianowicie:

- w grupie wskaźników zadłużenia:

$$R_{06} = \frac{1}{R_{12}}, \quad (3.36)$$

- w grupie wskaźników rentowności i sprawności działania:

$$R_{22} = \frac{R_{21}}{R_{26}}, \quad (3.37)$$

$$R_{26} = \frac{R_{20}}{R_{18}}, \quad (3.38)$$

- w grupie wskaźników sprawności działania:

$$R_{27} = \frac{1}{R_{31}}, \quad (3.39)$$

$$R_{32} = \frac{1}{R_{30}}. \quad (3.40)$$

W zbiorze rozważanych wskaźników płynności nie zachodzą bezpośrednie zależności funkcyjne. Formuły (3.36), (3.39) i (3.40) informują o występowaniu zależności nieliniowych między wybranymi wskaźnikami finansowymi. Równania (3.37) i (3.38) wskazują na powiązania między wskaźnikami reprezentującymi rentowność lub sprawność działania.

Następnie zbadano zbiór danych dotyczących wyróżnionych 35 wskaźników finansowych R_{01} - R_{35} pod kątem występowania obserwacji odstających. W tym celu zastosowano dwustronne kryterium Tukeya dla zbioru przedsiębiorstw „zdrowych” i dwóch zbiorów przedsiębiorstw „bankrótów”, utworzonych z uwzględnieniem liczby lat poprzedzających rok ogłoszenia upadłości. Warunek stosowany w tym kryterium opiera się na takiej samej idei, jaka leży u podstaw wykresu ramka-wąsy. Za odstające uznane zostały wartości spoza przedziału:

$$\langle Q_1 - a(Q_3 - Q_1), Q_3 + a(Q_3 - Q_1) \rangle, \quad (3.41)$$

gdzie:

$Q_1(Q_3)$ – kwartył pierwszy (kwartył trzeci),

a – współczynnik odległości.

Natomiast wartości z przedziału (3.41) były traktowane jako obserwacje typowe.

W badaniu przyjęto $a = 5$, aby – z jednej strony – wyeliminować z analizy wartości bardzo różniące się od pozostałych obserwacji (mogące być efektem np. błędu pomiaru lub błędu wprowadzania danych), i z drugiej strony – zachować specyfikę analizowanych danych, które miały być podstawą budowy modeli służących prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw. Procedurę wykrywania obserwacji odstających zastosowano jeden raz na każdym ze wspomnianych trzech zbiorów przedsiębiorstw.

Wartości udziału procentowego obserwacji odstających (przy $a = 5$) wśród danych dotyczących przedsiębiorstw, odpowiednio: ogółem, „bankrutów” i „zdrowych” zamieszczono w tabeli 3.2.

Największe wartości udziału procentowego obserwacji odstających – przy przyjętym kryterium – odnotowano w grupie przedsiębiorstw „bankrutów” (tab. 3.2). Problem ten dotyczył przede wszystkim wskaźników płynności (R_{03} i R_{04}) i zadłużenia (R_{05} , R_{08} , R_{09} , R_{14}). W grupach przedsiębiorstw ogółem i „zdrowych” udział procentowy obserwacji odstających przekraczał poziom 5% tylko w przypadku wskaźnika R_{07} z grupy wskaźników zadłużenia.

Z uwagi na to, że największy udział procentowy obserwacji odstających wśród danych dotyczących przedsiębiorstw, odpowiednio: ogółem, „bankrutów” i „zdrowych” nie przekraczał 9% (tab. 3.2), podjęto decyzję o zastąpieniu obserwacji odstających wartością jednego, bliższego zastępowanej wartości, z końców przedziału (3.41).

Tabela 3.2. Wartości udziału procentowego obserwacji odstających (przy $a = 5$) wśród danych dotyczących przedsiębiorstw, odpowiednio: ogółem, „bankrutów” i „zdrowych”

Wskaźnik finansowy	Odstające ogółem	Odstające wśród „bankrutów”	Odstające wśród „zdrowych”
R_{01}	2,36%	1,10%	2,39%
R_{02}	2,36%	1,10%	2,39%
R_{03}	4,46%	6,04%	4,42%
R_{04}	0,38%	5,49%	0,25%
R_{05}	0,31%	6,59%	0,15%
R_{06}	4,18%	4,40%	4,17%
R_{07}	5,14%	3,30%	5,19%
R_{08}	0,34%	6,04%	0,20%
R_{09}	0,38%	5,49%	0,25%
R_{10}	0,01%	0,00%	0,01%
R_{11}	2,72%	1,10%	2,76%
R_{12}	2,58%	1,10%	2,62%
R_{13}	2,61%	2,20%	2,62%
R_{14}	2,93%	8,79%	2,78%

R_{15}	4,61%	6,04%	4,58%
R_{16}	0,52%	1,10%	0,50%
R_{17}	1,76%	1,65%	1,76%
R_{18}	2,05%	1,65%	2,06%
R_{19}	2,88%	3,85%	2,85%
R_{20}	0,75%	1,65%	0,73%
R_{21}	0,34%	0,55%	0,34%
R_{22}	1,41%	1,65%	1,40%
R_{23}	2,22%	0,55%	2,27%
R_{24}	3,78%	4,40%	3,76%
R_{25}	0,42%	0,00%	0,43%
R_{26}	0,37%	0,00%	0,38%
R_{27}	1,57%	2,20%	1,55%
R_{28}	0,70%	1,65%	0,67%
R_{29}	0,52%	1,10%	0,50%
R_{30}	1,32%	1,10%	1,33%
R_{31}	1,02%	1,10%	1,02%
R_{32}	2,43%	1,65%	2,45%
R_{33}	1,23%	1,65%	1,22%
R_{34}	1,35%	2,20%	1,33%
R_{35}	0,01%	0,00%	0,01%
Ogółem	1,77%	2,53%	1,75%

Uwaga: kolorem jasnoszarym zaznaczono wartości wskaźnika obserwacji odstających z przedziału (3%, 5%), zaś kolorem ciemnoszarym wartości co najmniej równe 5%.

Źródło: obliczenia własne.

Ostatecznie baza zawierała 7329 rekordów opisujących 133 „bankrutów” (7,2%) i 1719 (92,8%) przedsiębiorstw „zdrowych”. Łącznie w bazie znajdowały się dane dla 1852 przedsiębiorstw. Liczba „bankrutów” w latach 2007-2010 kształtowała się następująco: 2007 rok – 18, 2008 rok – 22, 2009 rok – 65, 2010 rok – 28.

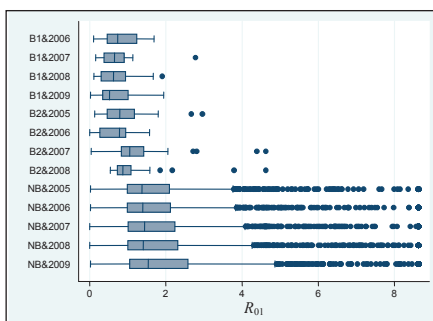
Przyjmując założenie, że dane finansowe dotyczące tego samego przedsiębiorstwa w różnych latach są traktowane jak informacje o różnych przedsiębiorstwach, można rekordy w bazie utożsamiać z przedsiębiorstwami. Wówczas zbiór rozważanych przedsiębiorstw obejmuje 7329 podmiotów, w tym 182 bankrutów. Struktura zbioru wygląda zatem następująco: 2,5% „bankrutów” i 97,5% przedsiębiorstw „zdrowych”. Grupę 182 „bankrutów” można podzielić na dwie podgrupy, uwzględniając rok, którego dotyczy sprawozdanie finansowe i rok, w którym ogłoszono upadłość. W pierwszej podgrupie są „bankruci”, dla których znane są dane finansowe z roku poprzedzającego upadłość i są to 59 przedsiębiorstwa (0,8% ogółu podmiotów). Natomiast w drugiej podgrupie znajdują się „bankruci”, w przypadku

których dane finansowe zostały ogłoszone na dwa lata przed upadłością – w bazie są to 123 przedsiębiorstwa (1,7% ogółu podmiotów).

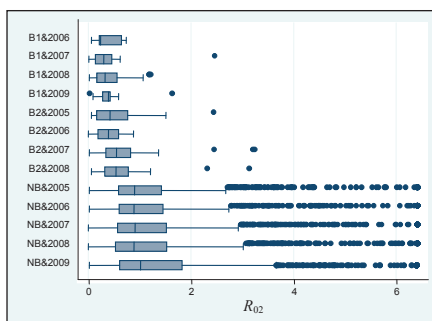
3.4. Rozkłady empiryczne wskaźników finansowych

Rozkłady empiryczne wskaźników finansowych branych pod uwagę przy budowaniu modeli prognostycznych bankructwa przedsiębiorstw działających w branży przetwórstwa przemysłowego w Polsce przedstawiono za pomocą wykresów ramka-wąsy opartych na statystykach pozycyjnych. Na zamieszczonych poniżej rysunkach, na osi poziomej zaznaczono zakres wartości poszczególnych wskaźników R_i ($i = 01, \dots, 35$). Należy tutaj zwracać uwagę na to, gdzie znajduje się punkt zerowy skali (wartość zerowa wskaźnika R_i). W wierszach (na pseudoosi pionowej) przyjęto następujące oznaczenia dla rozważanych zbiorów przedsiębiorstw:

- B1& t – zbiór „bankrutów” na rok przed ogłoszeniem upadłości (B1), dla których dysponujemy danymi finansowymi z roku t ($t = 2006, \dots, 2009$),
- B2& t – zbiór „bankrutów” na dwa lata przed ogłoszeniem upadłości (B2), dla których dysponujemy danymi finansowymi z roku t ($t = 2005, \dots, 2008$),
- NB& t – zbiór „niebankrutów” (NB), dla których dysponujemy danymi finansowymi z roku t ($t = 2005, \dots, 2009$).



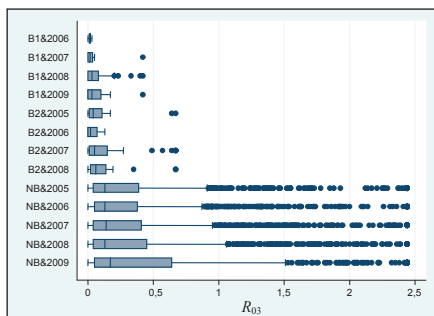
Rys. 3.1. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{01}



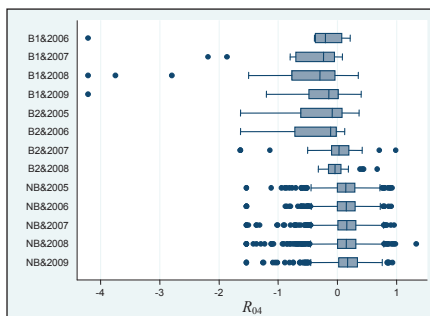
Rys. 3.2. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{02}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



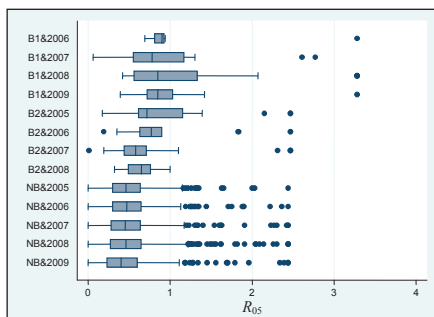
Rys. 3.3. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03}



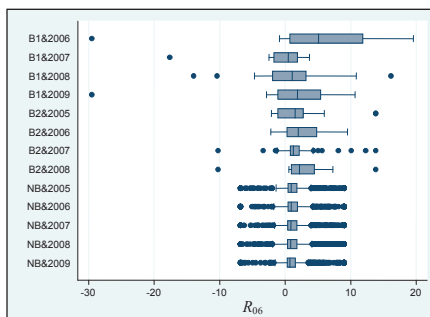
Rys. 3.4. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{04}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Wykresy zaprezentowane na rysunkach 3.1-3.4 wskazują na zróżnicowanie wartości wskaźników płynności w podziale na przedsiębiorstwa „zdrowe” i „bankrutów”. Zakres zmienności (mierzony zarówno rozstępem, jak i rozstępem kwartylowym) wartości trzech wskaźników płynności R_{01} , R_{02} i R_{03} dla „bankrutów” jest mniejszy niż w przypadku przedsiębiorstw „zdrowych”. Tylko wskaźnik R_{04} dla „bankrutów” na rok przed ogłoszeniem bankructwa charakteryzuje się większym zakresem zmienności niż dla przedsiębiorstw „zdrowych”. Wartości mediany są mniejsze w grupie „bankrutów” niż w grupie przedsiębiorstw „zdrowych”.

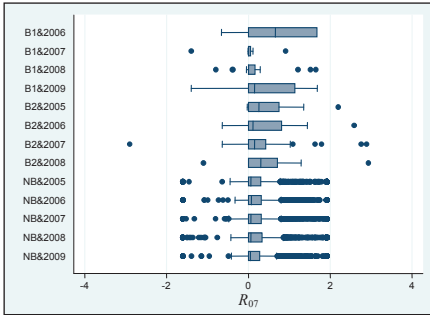


Rys. 3.5. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{05}



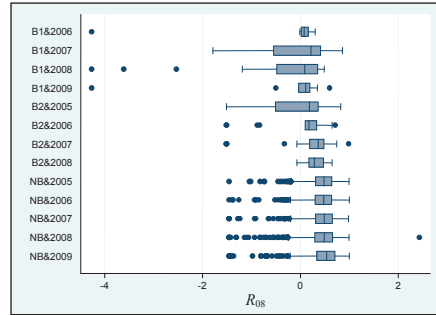
Rys. 3.6. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{06}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



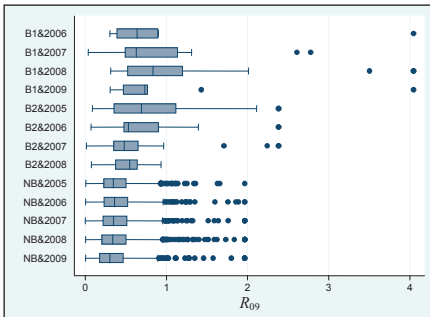
Rys. 3.7. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{07}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



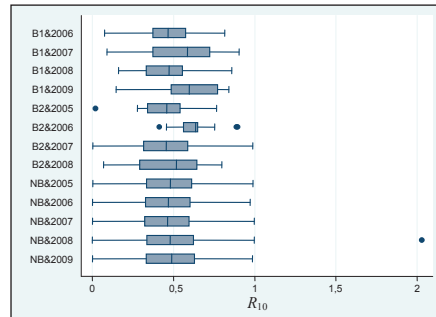
Rys. 3.8. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{08}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



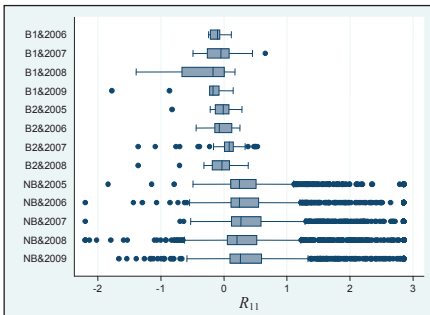
Rys. 3.9. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{09}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



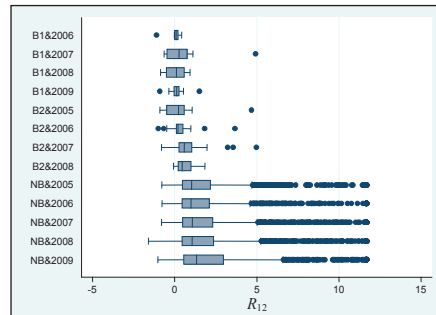
Rys. 3.10. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{10}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



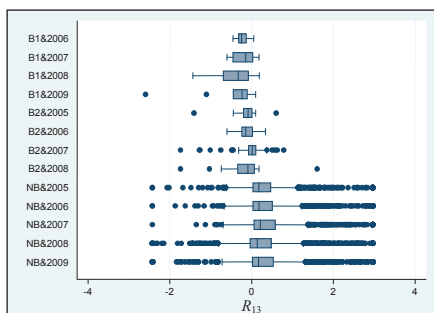
Rys. 3.11. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

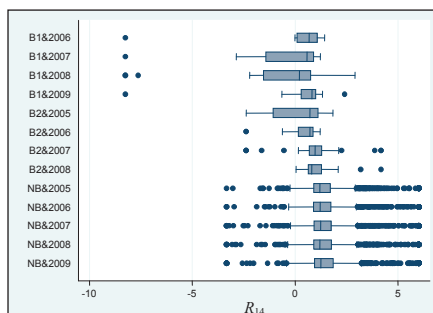


Rys. 3.12. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{12}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



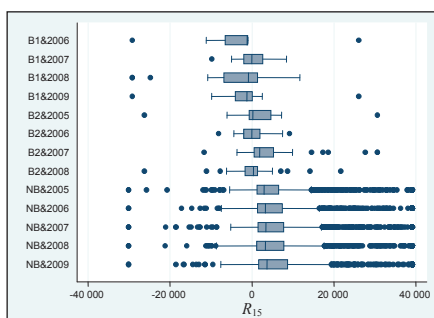
Rys. 3.13. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{13}



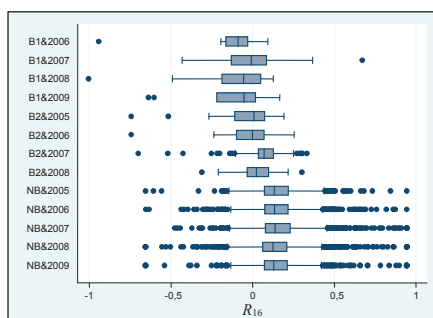
Rys. 3.14. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{14}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Rozkłady empiryczne wskaźników zadłużenia zaprezentowane na rysunkach 3.5-3.14 różnią się w zależności od analizowanej grupy przedsiębiorstw. Na podstawie wykresów można stwierdzić, że zauważalnie większym zakresem zmienności w grupie „bankrutów” niż w grupie przedsiębiorstw „zdrowych” charakteryzują się wskaźniki R_{05} , R_{06} i R_{09} . Natomiast mniejszy zakres zmienności jest obserwowany dla wskaźników R_{12} i R_{13} . Zdecydowanie różne wartości mediany w rozważanych grupach przedsiębiorstw są widoczne dla wskaźników R_{01} , R_{09} , R_{11} i R_{13} .

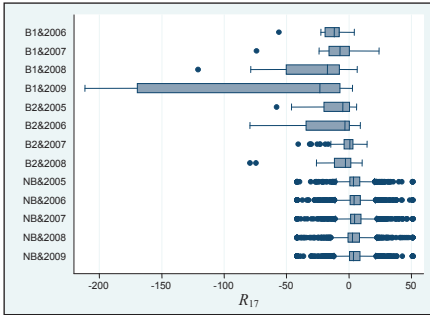


Rys. 3.15. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{15}



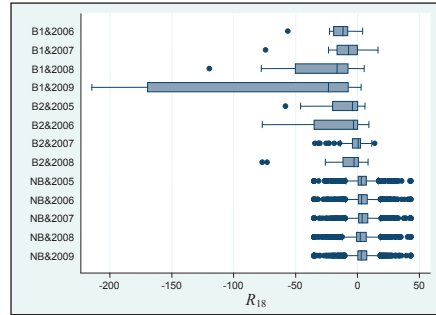
Rys. 3.16. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



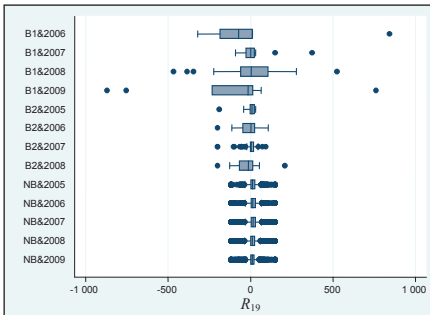
Rys. 3.17. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{17}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



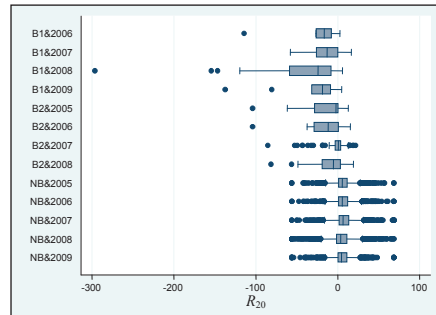
Rys. 3.18. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{18}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



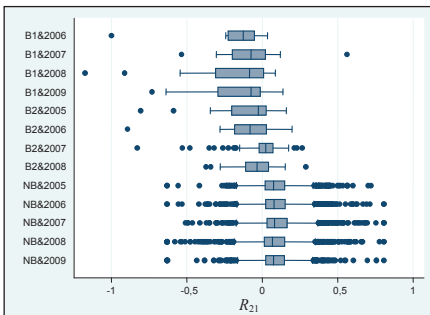
Rys. 3.19. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{19}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



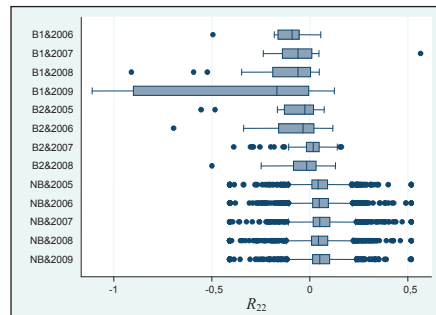
Rys. 3.20. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{20}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 3.21. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{21}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

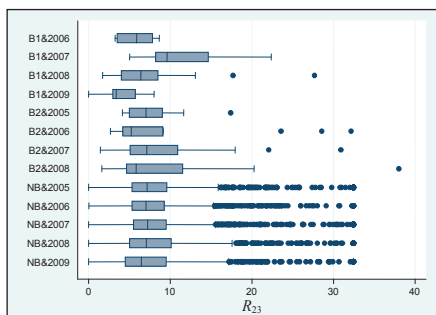


Rys. 3.22. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{22}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

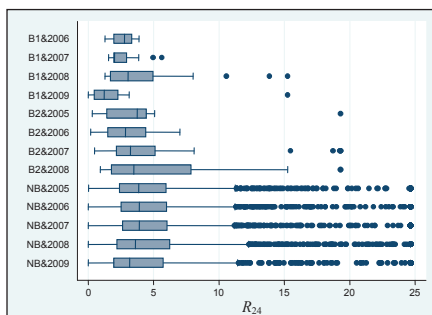
Analiza wykresów zaprezentowanych na rysunkach 3.15-3.22 prowadzi do stwierdzenia, że zróżnicowanie rozkładów empirycznych w grupach przedsiębiorstw „zdrowych” i „bankrutów” jest widoczne dla wszystkich rozważanych wskaźników rentowności. Różnice w rozkładach wskaźników

są także obserwowane w podgrupach „bankrutów”, uwzględniających odległość między rokiem, z którego pochodziło sprawozdanie finansowe a rokiem, w którym przedsiębiorstwo ogłosiło upadłość. Największe różnice w zmienności wartości widoczne są dla wskaźników R_{17} , R_{18} , R_{19} , R_{21} i R_{22} .



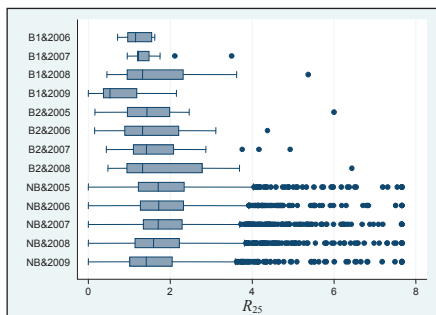
Rys. 3.23. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{23}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



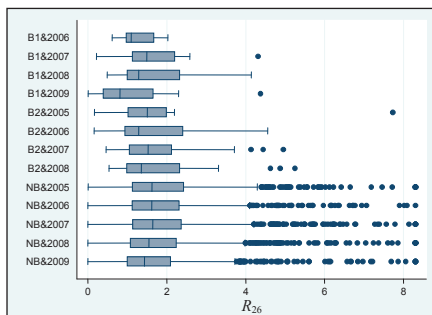
Rys. 3.24. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{24}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



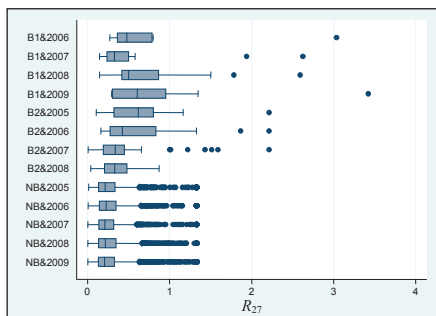
Rys. 3.25. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{25}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



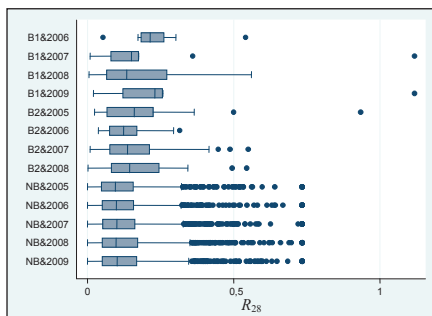
Rys. 3.26. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{26}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



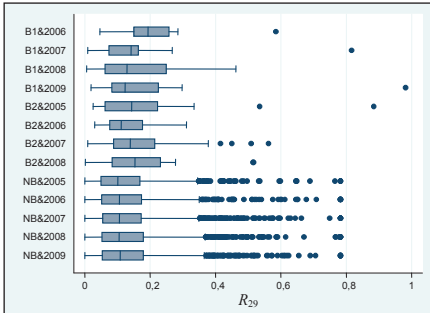
Rys. 3.27. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



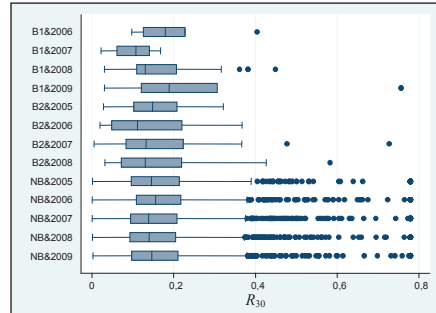
Rys. 3.28. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{28}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



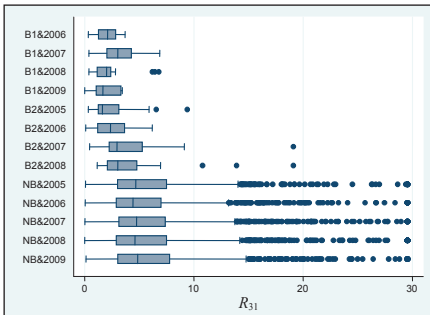
Rys. 3.29. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{29}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



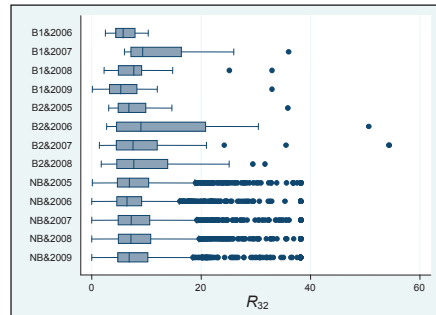
Rys. 3.30. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{30}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



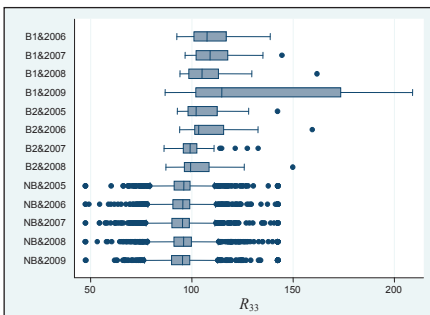
Rys. 3.31. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{31}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 3.32. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{32}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

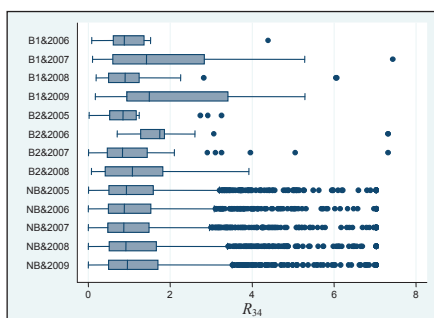


Rys. 3.33. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{33}

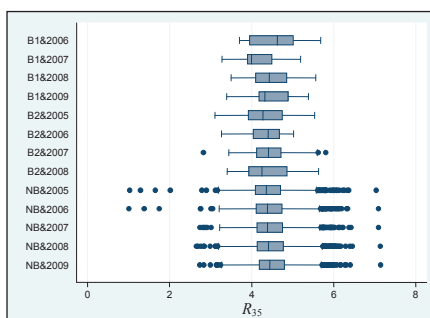
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

W przypadku wskaźników sprawności działania (rys. 3.23-3.33) także zauważalne są różnice w rozkładach empirycznych wskaźników w zależności od przyjętej zbiorowości. Duże zróżnicowanie wartości mediany występuje dla wskaźników R_{27} , R_{31} i R_{33} . Odmienne rozkłady są obserwowane

także w podgrupach „bankrutów”. W tym kontekście na szczególną uwagę zasługują ponownie wskaźniki R_{27} , R_{31} i R_{33} .



Rys. 3.34. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{34}



Rys. 3.35. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{35}

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Przyglądając się wykresom zamieszczonym na rysunkach 3.34 i 3.35, można stwierdzić, że rozkłady empiryczne wielkości rozważanych przedsiębiorstw, mierzonej wskaźnikiem R_{35} , charakteryzują się dużym stopniem podobieństwa. Warto w tym miejscu zauważyć, że wskaźnik ten jest często stosowany przy budowaniu prób zbilansowanych z wykorzystaniem procedury parowania przedsiębiorstw „zdrowych” i „bankrutów”. Większe zróżnicowanie rozkładów empirycznych w podziale na „bankrutów” i przedsiębiorstwa „zdrowe” niż w przypadku wskaźnika R_{35} występuje wówczas, gdy wielkość przedsiębiorstwa jest mierzona wskaźnikiem R_{34} .

3.5. Mediany rozkładów prawdopodobieństwa generujących dane

Przedsiębiorstwa opisane wartościami wskaźników finansowych w zbudowanej bazie danych tworzą zbiór obiektów traktowany w prowadzonym badaniu jako zbiorowość generalna. Rozważane obiekty łączy to, że są to przedsiębiorstwa przetwórstwa przemysłowego w Polsce, które w badanych latach:

- przynajmniej w jednym roku podlegały obowiązkowi publikacji sprawozdania finansowego w Monitorze Polskim B,
- co najmniej raz spełniły ciężący na nich obowiązek dotyczący publikacji sprawozdania finansowego w Monitorze Polskim B,
- dostarczyły przynajmniej jedno sprawozdanie finansowe zawierające niewielki odsetek brakujących informacji,
- prowadziły działalność w branży, z której w bazie danych były zarówno przedsiębiorstwa „zdrowe”, jak i „bankruci”.

Obserwacje, na których prowadzone są analizy, nie stanowią zatem próby losowej. Powstaje wątpliwość dotycząca możliwości stosowania metod wnioskowania statystycznego w prowadzonych analizach. Przyjęto, że wartości charakteryzujące rozważany zbiór przedsiębiorstw mogą być traktowane jako realizacje (jedne z wielu możliwych scenariuszy) określonych mechanizmów ekonomicznych (zob. np. [Sokołowski 2002, s. 8] lub [Sokołowski 2004, s. 8]). Rozważania zaprezentowane w niniejszym podrozdziale dotyczą wspomnianych mechanizmów ekonomicznych.

Sformułowano hipotezy dotyczące median rozkładów prawdopodobieństwa generujących dane znajdujące się w zbudowanej bazie danych w podziale na przedsiębiorstwa „zdrowe” i „bankrutów”, a także w podgrupach „bankrutów” uwzględniających odległość między rokiem, którego dotyczy sprawozdanie finansowe a rokiem, w którym ogłoszono upadłość. W celu weryfikacji hipotezy głoszącej równość median odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa wykorzystano test oparty na statystyce o rozkładzie chi-kwadrat z jednym stopniem swobody. Zastosowano wariant testu, polegający na tym, że wartości równe medianie są pomijane przy budowie tablicy kontyngencji.

Większość wyników testowania równości median rozkładów prawdopodobieństwa generujących wartości wskaźników finansowych w rozważanych grupach przedsiębiorstw wskazywała, przy przyjętym poziomie istotności równym 0,05, na odrzucenie hipotezy zerowej na rzecz hipotezy alternatywnej, głoszącej występowanie statystycznie istotnej różnicy między medianami (w 50 na 70 przypadków). Wyniki testowania wskazujące na brak podstaw do odrzucenia hipotezy o równości median zamieszczono w tabeli 3.3.

Analizując wyniki zamieszczone w tabeli 3.3, można zauważyć, że przy $\alpha = 0,05$ tylko w jednym z ośmiu testowań przeprowadzonych dla wskaźników płynności nie było podstaw do odrzucenia hipotezy o równości median rozkładów generujących dane w grupach „bankrutów” na rok i dwa lata przed ogłoszeniem upadłości. Jednak zwiększenie poziomu istotności do 0,10 skutkowałoby decyzją o odrzuceniu hipotezy zerowej, zatem należy zachować ostrożność przy wyciąganiu wniosków na podstawie otrzymanych wyników.

W przypadku wskaźników zadłużenia na dwadzieścia przeprowadzonych testów przy $\alpha = 0,05$, tylko w czterech przypadkach dane nie wskazywały na statystycznie istotną różnicę między medianami rozkładów generujących obserwacje w rozważanych grupach przedsiębiorstw. Warto zwrócić uwagę na to, że brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej dotyczył nie tylko podgrup utworzonych z „bankrutów” (wskaźniki R_{06} i R_{10}), ale także grup przedsiębiorstw „zdrowych” i „bankrutów” (R_{07} i R_{10}).

Tabela 3.3. Wyniki testowania równości median rozkładów prawdopodobieństwa, wskazujące na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej przy poziomie istotności 0,05

Grupa wskaźników	Wskaźnik	Grupy	Wartość statystyki χ^2	p-value
Płynności	R_{03}	B&1 i B&2	3,3398	0,068
Zadłużenia	R_{06}	B&1 i B&2	2,0423	0,153
	R_{07}	B i NB	0,6987	0,403
	R_{10}	B i NB	0,8114	0,368
		B&1 i B&2	0,0251	0,874
Rentowności	R_{19}	B&1 i B&2	0,6270	0,428
Sprawności działania	R_{23}	B i NB	2,0739	0,150
		B&1 i B&2	0,6270	0,428
	R_{26}	B i NB	1,8256	0,177
		B&1 i B&2	1,2289	0,268
	R_{28}	B&1 i B&2	1,2289	0,268
	R_{29}	B&1 i B&2	0,0251	0,874
	R_{30}	B i NB	1,4424	0,230
		B&1 i B&2	0,2257	0,635
	R_{32}	B i NB	1,4424	0,230
		B&1 i B&2	0,2257	0,635
Inne	R_{34}	B i NB	0,8114	0,368
		B&1 i B&2	0,0251	0,874
	R_{35}	B i NB	0,0225	0,881
		B&1 i B&2	0,0251	0,874

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej przy $\alpha = 0,05$ odnotowano tylko w jednym spośród 16 przeprowadzonych testów dla wskaźników rentowności. Przypadek ten wystąpił dla wskaźnika R_{19} , przy porównaniu rozkładów prawdopodobieństwa generujących dane w podgrupach „bankrutów”.

Duży udział wyników testowania, wskazujących na brak podstaw do odrzucenia hipotezy głoszącej równość median, wśród wszystkich wyników uzyskanych przy $\alpha = 0,05$ (aż 10 na 22 przypadki) otrzymano dla wskaźników sprawności działania. Dotyczyło to porównań zarówno przedsiębiorstw „zdrowych” i „bankrutów” (R_{23} , R_{26} , R_{30} i R_{32}), jak i podgrup wyróżnionych wśród „bankrutów” (R_{23} , R_{26} , R_{28} , R_{29} , R_{30} i R_{32}).

W przypadku wskaźników informujących o wielkości przedsiębiorstw, tworzących grupę pod nazwą wskaźniki inne, wszystkie przeprowadzone testy przy $\alpha = 0,05$ wskazywały na brak podstaw do odrzucenia hipotezy głoszącej równość median rozkładów prawdopodobieństwa generujących dane zarówno w grupach przedsiębiorstw „zdrowych” i „bankrutów”, jak i w podgrupach wyodrębnionych wśród „bankrutów”.

Wyniki przeprowadzonej analizy mogą być pomocne w rozważaniach dotyczących przydatności wybranych wskaźników finansowych dla przewidywania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce, ujętych w zbudowanej bazie danych, na rok lub dwa lata przed ogłoszeniem upadłości.

ROZDZIAŁ IV

STATYSTYCZNA ANALIZA ROZKŁADÓW WARTOŚCI WSKAŹNIKÓW FINANSOWYCH

4.1. Uwagi wstępne

Wykorzystanie do prognozowania upadłości przedsiębiorstw danych zgromadzonych w sprawozdaniach finansowych pociąga za sobą naturalną konieczność statystycznej oceny posiadanego materiału badawczego. W tym rozdziale dokonano oceny dynamiki kształtowania się podstawowych parametrów rozkładów wartości najważniejszych wskaźników finansowych oraz podjęto próbę identyfikacji postaci analitycznych rozkładów tych wskaźników. Za kryterium wyboru wskaźników podlegających dalszej analizie przyjęto częstość ich występowania w najlepszych modelach prognozowania bankructwa, opisanych w rozdziale 5 niniejszego opracowania. Celem zaprezentowanych badań jest otrzymanie wskazówek dotyczących statystycznych prawidłowości kształtowania się rozkładów zmiennych wykorzystywanych do budowy modeli predykcji bankructwa. W literaturze dotyczącej zagadnień związanych ze statystyczną analizą danych księgowych zaznacza się, iż ze względu na swój charakter rozkłady badanych wskaźników wykazują zazwyczaj asymetrię prawostronną (patrz np. [Neter i Loebbecke 1975, s. 11-14] lub [Horgan 1998, s. 45]), przy jednoczesnym występowaniu wartości odstających.

Statystycznej ocenie podlegać będą zbiory wartości wybranych wskaźników w kolejnych latach z podziałem na grupy:

- przedsiębiorstw „zdrowych” (NB) w latach 2005-2009,
- bankrutów (B):
 - na dwa lata przed bankructwem (ozn. B2) w latach 2005-2008,
 - na rok przed bankructwem (ozn. B1) w latach 2006-2009.

Spośród parametrów opisujących rozkłady empiryczne wskaźników finansowych szczególne znaczenie ma przede wszystkim mediana, a także średnia i rozstęp kwartyłowy. Zmiany w czasie tych parametrów będą więc obserwowane w dalszej części tego rozdziału. Jeśli zaś chodzi o próby dopasowania rozkładów teoretycznych, to przede wszystkim sprawdzono, czy

można przyjąć założenie o ich normalności. Sprawdzono także możliwość dopasowania rozkładu log-normalnego, wykładniczego oraz gamma.

4.2. Analiza zmian w czasie wartości parametrów rozkładów empirycznych

W rozdziale piątym niniejszego opracowania wskazano najlepsze modele predykcji bankructwa. Do budowy tych modeli wykorzystano 15 wskaźników finansowych, z których 6 wykorzystanych było więcej niż raz. Wskaźniki te zestawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Liczba wystąpień poszczególnych wskaźników w najlepszych modelach predykcji bankructwa

Wskaźnik	Liczba wystąpień	Grupa wskaźników
R_{16}	7	rentowności
R_{11}	4	zadłużenia
R_{03}	2	płynności
R_{13}	2	zadłużenia
R_{27}	2	sprawności działania
R_{31}	2	sprawności działania
R_{02}	1	płynności
R_{09}	1	zadłużenia
R_{10}	1	zadłużenia
R_{12}	1	zadłużenia
R_{14}	1	zadłużenia
R_{18}	1	rentowności
R_{20}	1	rentowności
R_{28}	1	sprawności działania
R_{29}	1	sprawności działania

Źródło: opracowanie własne na podstawie rozdziału 5.

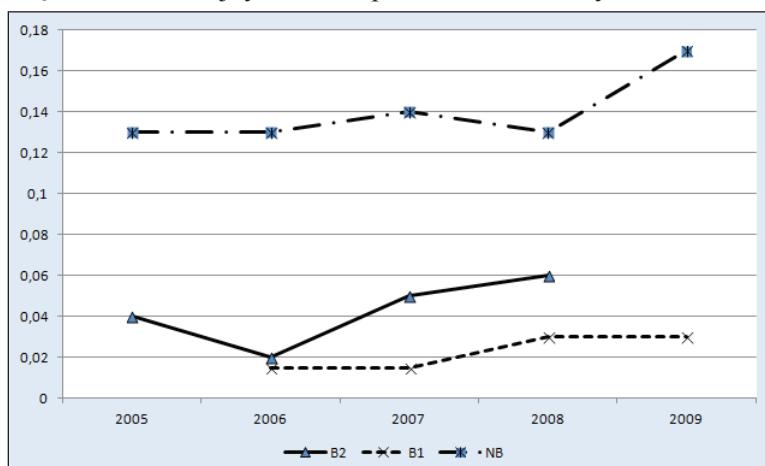
Do dalszej analizy włączono wskaźniki występujące przynajmniej dwukrotnie w najlepszych modelach predykcji bankructwa. Ze względu na występowanie wartości odstających zmiany w kształtowaniu się tych wskaźników analizowano głównie w oparciu o mediany. Spośród wymienionych w tabeli 4.1 wskaźników finansowych, w „dobrych” modelach predykcji najczęściej występuje wskaźnik rentowności R_{16} – rentowność ogółem. Istotną rolę odgrywa także wskaźnik zadłużenia R_{11} – będący stosunkiem wyniku netto do zobowiązań. Trzeba wskazać, iż do ważnych wskaźników finansowych należą wskaźniki sprawności działania R_{27} i R_{31} . Z grupy wskaźników płynności najczęściej wykorzystywano wskaźnik R_{03} . Kształtowanie się podstawowych parametrów rozkładu zmiennej R_{03} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw przedstawiono w tabeli 4.2.

Tabela 4.2. Wartości wybranych parametrów rozkładu wskaźnika R_{03} dla poszczególnych grup przedsiębiorstw w latach 2005-2009

Grupa przedsiębiorstw	Rok	Średnia	Mediana	Rozstęp kwartylowy
B2	2005	0,122	0,040	0,100
	2006	0,041	0,020	0,070
	2007	0,133	0,050	0,140
	2008	0,121	0,060	0,120
B1	2006	0,015	0,015	0,010
	2007	0,051	0,015	0,035
	2008	0,080	0,030	0,080
	2009	0,087	0,030	0,100
NB	2005	0,365	0,130	0,350
	2006	0,354	0,130	0,330
	2007	0,389	0,140	0,370
	2008	0,418	0,130	0,410
	2009	0,500	0,170	0,590

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Kształtowanie się median wartości wskaźnika R_{03} dla poszczególnych przedsiębiorstw w kolejnych latach przedstawiono na rysunku 4.1.



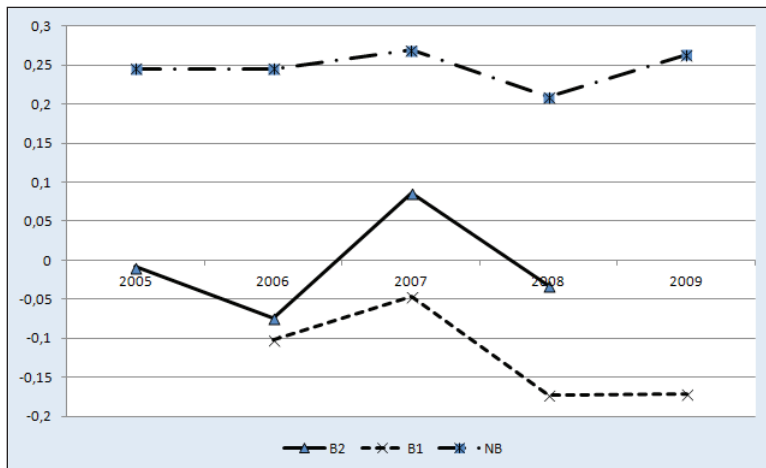
Rys. 4.1. Wartości mediany wskaźnika R_{03} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Na podstawie analizy uzyskanych wyników należy stwierdzić istotne podobieństwa w zmianach wartości wskaźnika R_{03} w kolejnych latach w zależności od rozważanej kategorii przedsiębiorstw. Mediany dla przedsiębiorstw „zdrowych” (NB) we wszystkich badanych okresach różnią się

od wartości przeciętnych i są wyższe niż w przypadku bankrutów, zarówno na dwa lata (B2), jak i na rok przed bankrutem (B1). Również zmienność mierzona rozstępem kwartylowym jest większa w grupie NB w porównaniu do obu kategorii przedsiębiorstw zagrożonych bankrutem i rośnie wraz z upływem czasu. We wszystkich badanych grupach można stwierdzić tendencję wzrostową wartości środkowych wskaźnika R_{03} . Należy również zauważyć, że mediany wartości tego wskaźnika na rok przed bankrutem są niższe niż w okresie dwóch lat przed ogłoszeniem upadłości. Fakt ten sygnalizuje zwiększające się problemy z płynnością⁶, co oznacza, że w przedsiębiorstwach zagrożonych bankrutem w miarę zbliżania się terminu ogłoszenia upadłości mogą narastać trudności w terminowym regulowaniu zobowiązań finansowych.

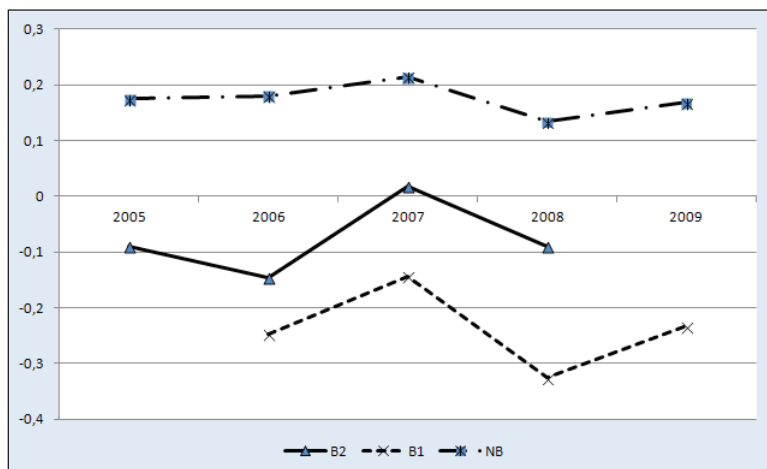
Spośród wskaźników zadłużenia należy wyróżnić dwa, które były najczęściej wykorzystywane do budowy modeli prognozowania bankrutwa. Są to wskaźniki R_{11} oraz R_{13} . Podobnie jak w przypadku omawianego wcześniej wskaźnika płynności, zmiany wartości poszczególnych wskaźników zadłużenia analizowano na podstawie median, z podziałem na grupy przedsiębiorstw „zdrowych” oraz bankrutów. Kształtowanie się tych wartości w kolejnych latach przedstawiono odpowiednio na rysunkach 4.2 i 4.3.



Rys. 4.2. Wartości mediany wskaźnika R_{11} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

⁶ Zmniejszająca się wartość tego wskaźnika sygnalizuje zwiększające się problemy z płynnością finansową przedsiębiorstwa. Szerzej o wskaźnikach płynności np. w pracy [Wędzki 2009, s. 107-131].



Rys. 4.3. Wartości mediany wskaźnika R_{13} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Informacje o wartości wybranych parametrów rozkładów obu wskaźników zawarto odpowiednio w tabeli 4.3 (dla R_{11}) oraz tabeli 4.4 (dla R_{13}).

Tabela 4.3. Wartości wybranych parametrów rozkładu wskaźnika R_{11} dla poszczególnych grup przedsiębiorstw w latach 2005-2009

Grupa przedsiębiorstw	Rok	Średnia	Mediana	Rozstęp kwartyłowy
B2	2005	-0,053	-0,009	0,216
	2006	-0,038	-0,074	0,269
	2007	0,038	0,086	0,147
	2008	-0,091	-0,033	0,274
B1	2006	-0,109	-0,102	0,152
	2007	-0,028	-0,047	0,346
	2008	-0,299	-0,173	0,672
	2009	-0,362	-0,171	0,151
NB	2005	0,415	0,246	0,401
	2006	0,434	0,246	0,442
	2007	0,481	0,269	0,470
	2008	0,417	0,209	0,467
	2009	0,476	0,263	0,503

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Tabela 4.4. Wartości wybranych parametrów rozkładu wskaźnika R_{13} dla poszczególnych grup przedsiębiorstw w latach 2005-2009

Grupa przedsiębiorstw	Rok	Średnia	Mediana	Rozstęp kwartylowy
B2	2005	-0,139	-0,090	0,207
	2006	-0,122	-0,146	0,258
	2007	-0,042	0,017	0,177
	2008	-0,175	-0,090	0,407
B1	2006	-0,222	-0,247	0,190
	2007	-0,189	-0,144	0,483
	2008	-0,381	-0,326	0,613
	2009	-0,543	-0,233	0,345
NB	2005	0,342	0,175	0,439
	2006	0,376	0,181	0,474
	2007	0,444	0,214	0,527
	2008	0,325	0,134	0,521
	2009	0,381	0,168	0,516

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Wskaźnik R_{11} wyraża stosunek sumy wyniku netto i amortyzacji do sumy zobowiązań krótko- i długoterminowych⁷. Obserwacja danych z tabeli 4.3 i 4.4 pozwala stwierdzić, że średnie wartości tego wskaźnika w kolejnych latach są niższe od wartości środkowych dla obu grup przedsiębiorstw zagrożonych bankructwem (B2 i B1) oraz wyższe dla grupy przedsiębiorstw zdrowych (NB). Mediany wartości tego wskaźnika w kolejnych latach są wyższe w przypadku przedsiębiorstw zdrowych w porównaniu do przedsiębiorstw ogłaszających upadłość za dwa lata lub za rok. Dla przedsiębiorstw zdrowych oraz bankrutów na rok przed ogłoszeniem upadłości wartości środkowe tych wskaźników są najniższe w roku 2008, zaś dla bankrutów na dwa lata przed upadkiem – w roku 2006. Podobną sytuację można odnotować dla przedsiębiorstw zdrowych i obu grup bankrutów w stosunku do wskaźnika R_{13} . Zmienność wskaźnika R_{11} w poszczególnych kategoriach wyrażana rozstępem kwartylowym jest najwyższa w przypadku grupy NB i wzrasta z upływem czasu. Nieco niższe wartości rozstępu kwartylowego odnotować można w przypadku grupy B1, zaś najniższe w przypadku grupy B2.

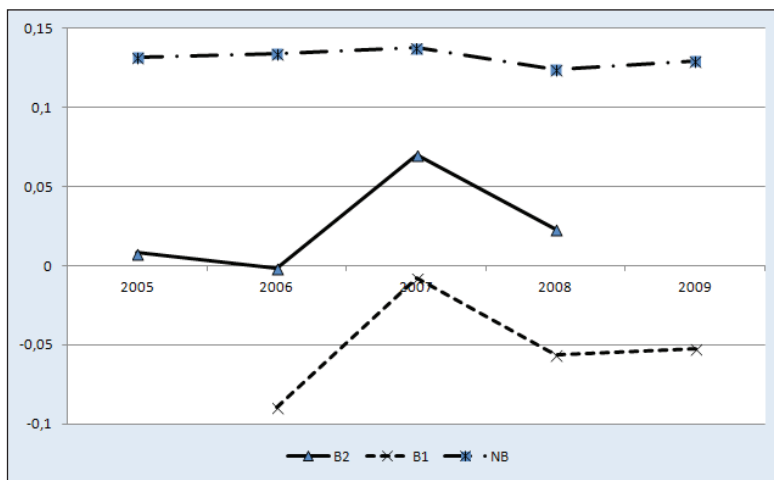
Wskaźnik rentowności, który był jednocześnie najczęściej wykorzystywanym wskaźnikiem w najlepszych modelach predykcji bankructwa, to R_{16} . Wartości wybranych parametrów rozkładu tego wskaźnika w wyróżnionych grupach przedsiębiorstw w kolejnych latach zostały zaprezentowane w tabeli 4.5 oraz na rysunku 4.4.

⁷ Por. wzór 3.11.

Tabela 4.5. Wartości wybranych parametrów rozkładu wskaźnika R_{16} dla poszczególnych grup przedsiębiorstw w latach 2005-2009

Grupa przedsiębiorstw	Rok	Średnia	Mediana	Rozstęp kwartyłowy
B2	2005	-0,072	0,008	0,185
	2006	-0,046	-0,002	0,171
	2007	0,049	0,070	0,094
	2008	0,022	0,023	0,133
B1	2006	-0,177	-0,090	0,135
	2007	0,016	-0,008	0,218
	2008	-0,119	-0,057	0,238
	2009	-0,146	-0,053	0,238
NB	2005	0,148	0,132	0,147
	2006	0,152	0,134	0,142
	2007	0,166	0,138	0,152
	2008	0,144	0,124	0,146
	2009	0,149	0,130	0,141

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.4. Wartości mediany wskaźnika R_{16} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Niemal wszystkie wartości średnie w obu grupach bankrutów są niższe niż odpowiadające im mediany oraz wyższe w przypadku przedsiębiorstw zdrowych. Z kolei mediany wartości wskaźnika R_{16} dla przedsiębiorstw zdrowych są wyższe niż w przypadku przedsiębiorstw zagrożonych ban-

kructwem. We wszystkich grupach mediana wartości wskaźnika R_{16} była najwyższa w roku 2007, jednakże w przypadku grupy bankrutów, zarówno na dwa lata, jak i na rok przed bankructwem mediany są znacznie niższe niż w przypadku przedsiębiorstw „zdrowych”. Ponadto w przypadku bankrutów na rok przed ogłoszeniem upadłości wartość środkowa tego wskaźnika w każdym z badanych lat jest niższa niż w grupie bankrutów na dwa lata przed bankructwem, co wskazuje, iż rentowność przedsiębiorstw zagrożonych bankructwem obniża się wraz ze zbliżaniem się momentu ogłoszenia upadłości. W grupie przedsiębiorstw na dwa lata przed bankructwem wartości rozstępu kwartylowego maleją wraz z upływem czasu, odmiennie niż w przypadku grupy na rok przed bankructwem.

Ostatnią grupę badanych wskaźników obejmują wskaźniki sprawności działania. Do budowy najlepszych modeli prognozowania bankructwa wykorzystano wskaźniki R_{27} oraz R_{31} . Na rysunkach 4.5 i 4.6 zaprezentowano kształtowanie się ich wartości w kolejnych latach w odniesieniu do poszczególnych grup przedsiębiorstw, zaś w tabelach 4.6 i 4.7 ujęto dynamikę kształtowania się innych parametrów rozkładów wartości tychże wskaźników.

Tabela 4.6. Wartości wybranych parametrów rozkładu wskaźnika R_{27} dla poszczególnych grup przedsiębiorstw w latach 2005-2009

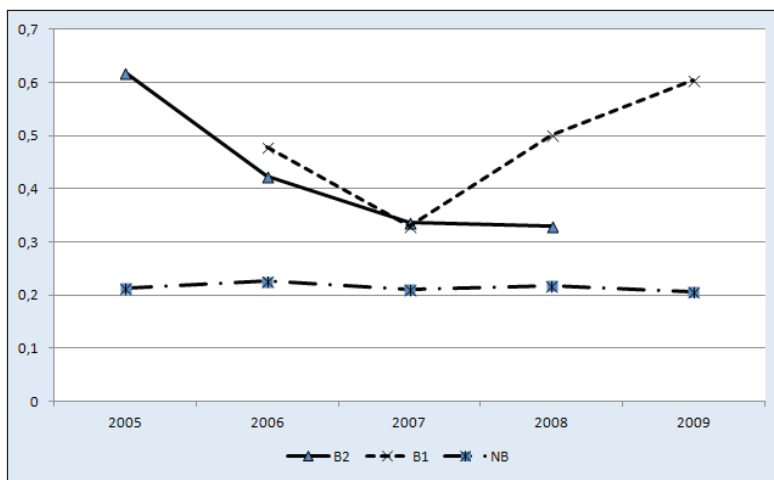
Grupa przedsiębiorstw	Rok	Średnia	Mediana	Rozstęp kwartylowy
B2	2005	0,6515	0,6174	0,4808
	2006	0,6623	0,4242	0,5640
	2007	0,4324	0,3377	0,2575
	2008	0,3482	0,3293	0,2730
B1	2006	0,8199	0,4775	0,4220
	2007	0,6452	0,3289	0,2668
	2008	0,6996	0,5008	0,4516
	2009	0,9138	0,6037	0,6571
NB	2005	0,2671	0,2134	0,1993
	2006	0,2856	0,2263	0,2029
	2007	0,2692	0,2106	0,1848
	2008	0,2767	0,2174	0,2125
	2009	0,2679	0,2067	0,2008

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

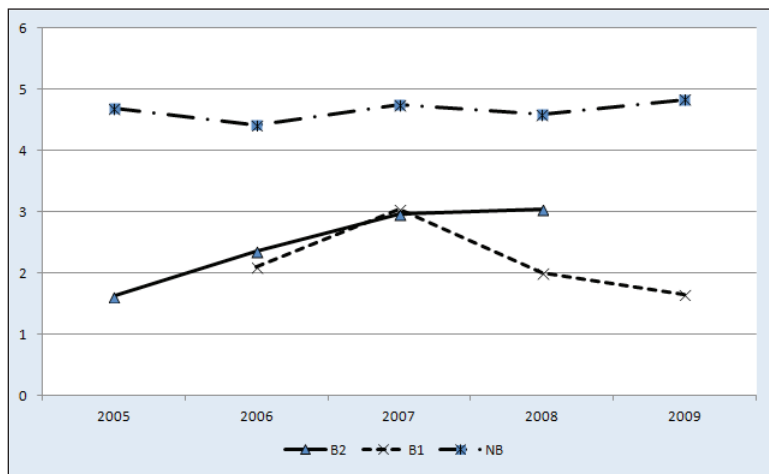
Tabela 4.7. Wartości wybranych parametrów rozkładu wskaźnika R_{31} dla poszczególnych grup przedsiębiorstw w latach 2005-2009

Grupa przedsiębiorstw	Rok	Średnia	Mediana	Rozstęp kwartylowy
B2	2005	2,735	1,621	1,868
	2006	2,596	2,358	2,455
	2007	3,875	2,961	3,039
	2008	4,483	3,036	2,728
B1	2006	2,056	2,099	1,567
	2007	3,119	3,041	2,264
	2008	2,195	1,999	1,254
	2009	2,020	1,656	2,273
NB	2005	5,961	4,687	4,486
	2006	5,637	4,418	4,113
	2007	6,080	4,748	4,279
	2008	6,088	4,599	4,599
	2009	6,291	4,838	4,740

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Rys. 4.5. Wartości mediany wskaźnika R_{27} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.6. Wartości mediany wskaźnika R_{31} w kolejnych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

Na podstawie rysunku 4.5 i tabeli 4.6 można stwierdzić, że wartości średnie wskaźnika R_{27} dla wszystkich grup przedsiębiorstw i we wszystkich okresach są wyższe od odpowiadających im median. Wartości tych ostatnich są z kolei niższe w przypadku przedsiębiorstw zdrowych w odniesieniu do przedsiębiorstw na dwa lata i na rok przed ogłoszeniem upadłości. Z kolei wartości wskaźnika R_{31} dla przedsiębiorstw zdrowych są niższe niż w obu grupach bankrutów. W grupie przedsiębiorstw zdrowych dla wartości środkowych wskaźnika R_{31} zauważalna jest lekka tendencja wzrostowa, podczas gdy w tej samej grupie wartości środkowe wskaźnika R_{27} nieznacznie maleją w czasie. W przypadku grup przedsiębiorstw zagrożonych upadkiem zróżnicowanie wartości poszczególnych wskaźników w kolejnych latach jest zauważalnie większe. Dla bankrutów na dwa lata przed upadłością wartość wskaźnika R_{27} była najwyższa w pierwszym badanym roku (rok 2005) i systematycznie spada, zaś w przypadku wskaźnika R_{31} odnotowano ciągły wzrost (w roku 2005 mediana jego wartości była najniższa). W przypadku przedsiębiorstw na rok przed ogłoszeniem upadłości zauważyć można, że wartość wskaźnika R_{27} była najniższa w roku 2007, zauważalny zaś jest późniejszy wzrost jego wartości w dalszych latach, zaś w przypadku wskaźnika R_{31} zauważalny jest ciągły spadek jego wartości, począwszy od roku 2007.

Zmiany wartości wszystkich omawianych wskaźników w badanym okresie w odniesieniu do poszczególnych grup przedsiębiorstw są uwarun-

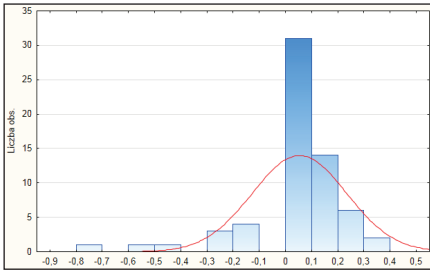
kowane różnorodnymi czynnikami. Czynniki te związane są zarówno z charakterem samych wskaźników, jak i profilem działalności badanych przedsiębiorstw. Wyraźnie widać, że zagrożenie upadłością sygnalizowane jest pogarszającą się kondycją finansową samego przedsiębiorstwa. Należy tutaj również wspomnieć o zmieniającej się koniunkturze gospodarczej oraz oznakach kryzysu, które dotknęły przedsiębiorstwa różnych branż. Ponadto zmieniające się standardy sporządzania sprawozdań finansowych mogły również przełożyć się na zmianę wartości niektórych z omawianych wskaźników, zwłaszcza w okresie przejściowym.

4.3. Rozkłady empiryczne i teoretyczne wskaźników finansowych

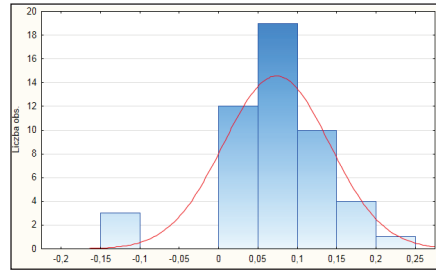
W przypadku budowy modeli prognostycznych bankructwa istotną kwestią jest poprawne zidentyfikowanie typów rozkładów teoretycznych wykorzystywanych zmiennych. W niniejszym punkcie przedstawiono rozkłady empiryczne wybranych wskaźników finansowych (omówionych w poprzednim punkcie), wykorzystywanych w najlepszych modelach predykcji bankructwa oraz podjęto próbę dopasowania znanych rozkładów ciągłych do zbiorów reprezentujących poszczególne wskaźniki finansowe. Należy zaznaczyć, że rozkłady empiryczne badanych zmiennych – jak już wspomniano wcześniej – zawierają obserwacje odstające. W niektórych przypadkach pociąga to za sobą konieczność ograniczania takich zbiorów poprzez odrzucanie wartości ekstremalnych. Istotną trudnością w przypadku próby dopasowania rozkładów teoretycznych jest niewielka liczebność badanych grup obserwacji, zwłaszcza dotyczących przedsiębiorstw zagrożonych bankructwem. Mając na uwadze powyższe ograniczenia przyjęto, że minimalna liczebność badanej zbiorowości powinna wynosić 30 obserwacji. Ustalenie takiego kryterium spowodowało ograniczenie liczby analizowanych zbiorów w grupie bankrutów. W przypadku przedsiębiorstw na dwa lata przed ogłoszeniem bankructwa liczba obserwowanych wartości wskaźników w kolejnych latach spełnia wymóg minimalnej liczebności tylko w roku 2007, dla którego odnotowano 63 obserwacje. Z kolei w grupie przedsiębiorstw na rok przed upadkiem kryterium to zostało spełnione również tylko raz – dla roku 2008, gdzie $n = 30$. W przypadku przedsiębiorstw „zdrowych” badaniu podlegały wszystkie zbiory obserwacji (2005-2009). Badaniu poddano pełne zbiory obserwacji w poszczególnych kategoriach oraz zbiory po odrzuceniu wartości odstających – tj. pomiędzy decylem D_1 i D_9 (80% centralnie położonych obserwacji). Do szczegółowej prezentacji rozkładów empirycznych omawianych wcześniej mierników finansowych wybrano po jednym reprezentancie z każdej

z grup wskaźników (R_{16} – rentowności, R_{11} – zadłużenia, R_{03} – płynności, R_{27} – sprawności działania).

Wskaźnikiem najczęściej wykorzystywanym do budowy wyróżnionych modeli predykcji bankructwa był wskaźnik R_{16} (por. tabela 4.1). Na rysunkach 4.7-4.10 przedstawiono histogramy rozkładów tego wskaźnika dla wybranych grup przedsiębiorstw, zaś na rysunkach 4.11-4.14 odpowiadające im histogramy rozkładów tego samego wskaźnika po usunięciu wartości poniżej decyla D_1 oraz powyżej decyla D_9 . We wszystkich przypadkach dla porównania zamieszczono krzywą normalną.



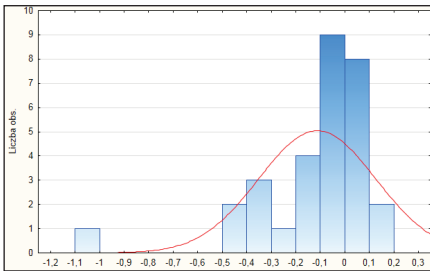
Rys. 4.7. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie B2&2007 z krzywą normalną



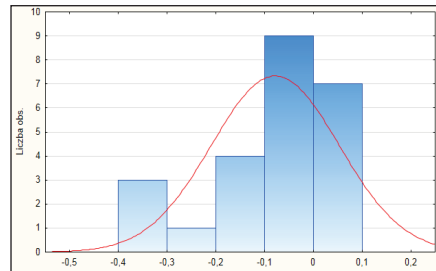
Rys. 4.11. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie B2&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



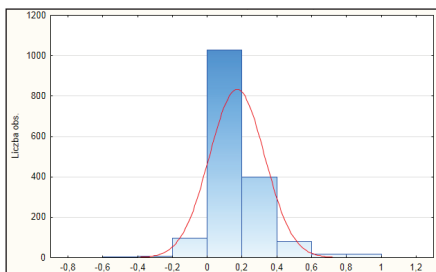
Rys. 4.8. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie B1&2008 z krzywą normalną



Rys. 4.12. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie B1&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

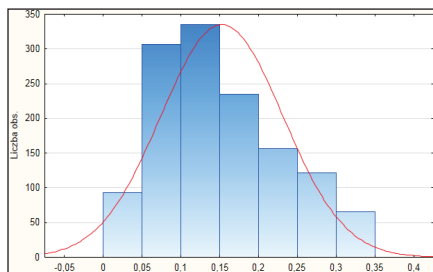
Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



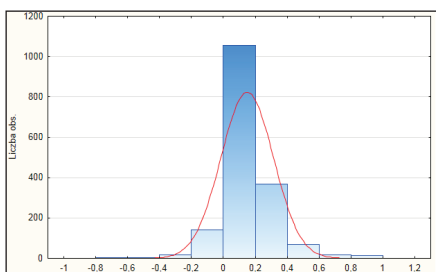
Rys. 4.9. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie NB&2007 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



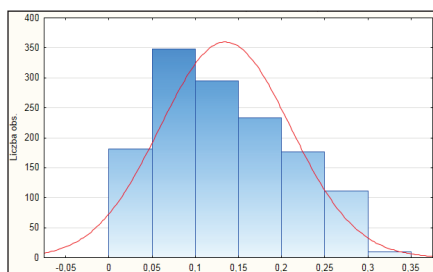
Rys. 4.13. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie NB&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.10. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie NB&2008 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

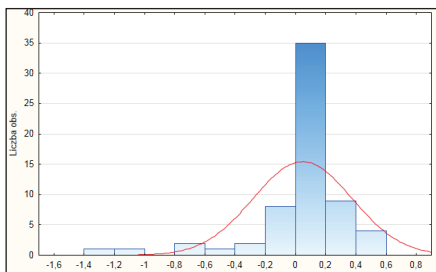


Rys. 4.14. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{16} w grupie NB&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

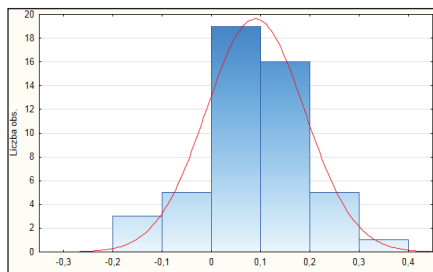
Obserwacja rysunków 4.7-4.10 pozwala stwierdzić, że prezentowane rozkłady empiryczne wskaźnika R_{16} w wybranych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw kształtują się w podobny sposób, zarówno w przypadku przedsiębiorstw zagrożonych bankrutem na dwa lata i na rok przed ogłoszeniem upadłości, jak i w przypadku przedsiębiorstw „zdrowych”. Modyfikacja rozkładów empirycznych tego samego wskaźnika w poszczególnych grupach poprzez uwzględnienie 80% centralnie położonych obserwacji (przedstawiona na rysunkach 4.11-4.14) prowadzi do wyeliminowania wartości odstających. Próba zidentyfikowania postaci analitycznych rozkładów wskaźnika R_{16} według ustalonych kategorii przedsiębiorstw w kolejnych latach zostanie podjęta w dalszej części niniejszego podrozdziału.

Drugim pod względem częstości występowania w modelach prognozowania bankructwa wskaźnikiem jest wskaźnik R_{11} . Na rysunkach 4.15-4.18 przedstawiono histogramy rozkładów tego wskaźnika dla wybranych grup przedsiębiorstw w latach 2007 i 2008, zaś na rysunkach 4.19-4.22 odpowiadające im histogramy rozkładów tego samego wskaźnika po uwzględnieniu obserwacji z przedziału D_1-D_0 . Podobnie jak poprzednio we wszystkich przypadkach zamieszczono krzywą normalną.



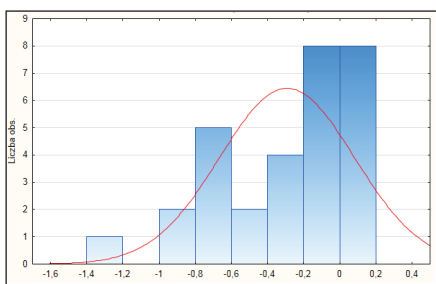
Rys. 4.15. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie B2&2007 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



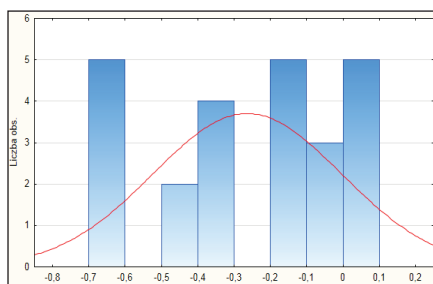
Rys. 4.19. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie B2&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



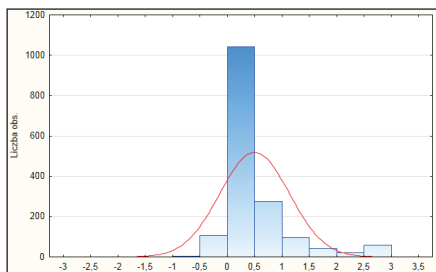
Rys. 4.16. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie B1&2008 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



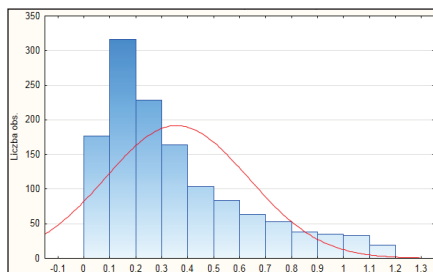
Rys. 4.20. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie B1&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



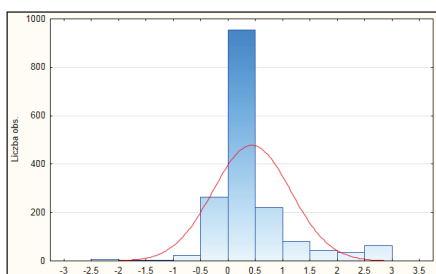
Rys. 4.17. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie NB&2007 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



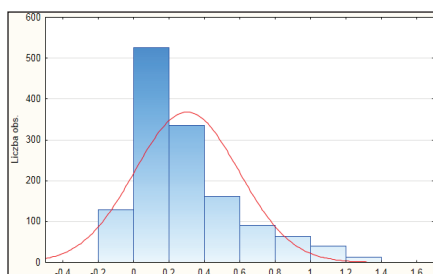
Rys. 4.21. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie NB&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.18. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie NB&2008 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

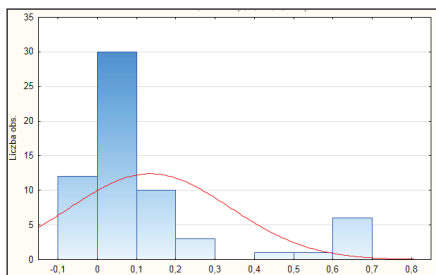


Rys. 4.22. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{11} w grupie NB&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

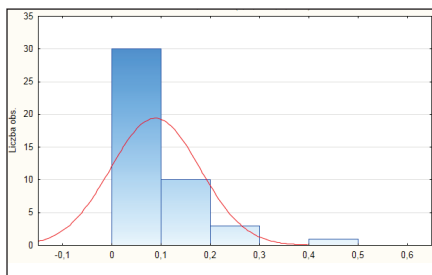
Podobnie jak w przypadku wskaźnika R_{16} , tak i w przypadku wskaźnika R_{11} na podstawie analizy odpowiednich rysunków można stwierdzić, iż modyfikacje poprzez odrzucenie wartości skrajnych w rozkładach empirycznych badanej zmiennej w wybranych latach dla poszczególnych grup przedsiębiorstw prowadzą do wyeliminowania wartości odstających, co przekłada się na zmianę kształtu i parametrów rozkładu. Również w tym przypadku próby zidentyfikowania postaci analitycznej omawianych rozkładów zostaną podjęte w dalszej części niniejszego podrozdziału.

Na rysunkach 4.23-4.30 przedstawiono rozkłady empiryczne poszczególnych wartości kolejnego – według częstości występowania w najlepszych modelach predykcji bankructwa – wskaźnika R_{03} według wcześniej stosowanych kryteriów.



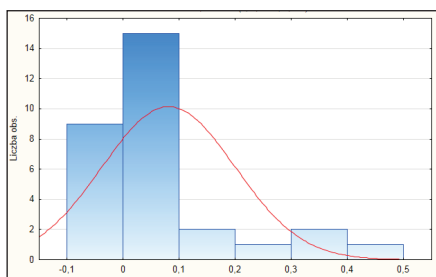
Rys. 4.23. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie B2&2007 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



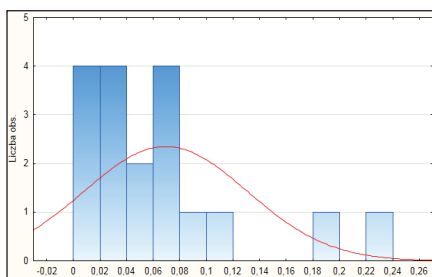
Rys. 4.27. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie B2&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



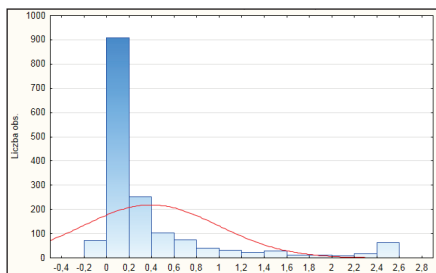
Rys. 4.24. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie B1&2008 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



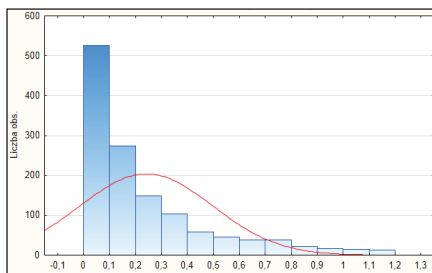
Rys. 4.28. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie B1&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



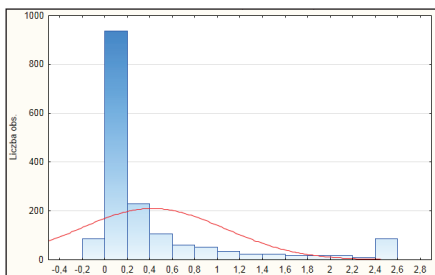
Rys. 4.25. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie NB&2007 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

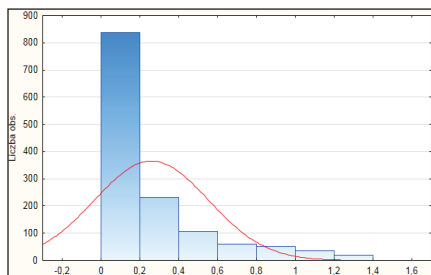


Rys. 4.29. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie NB&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.26. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie NB&2008 z krzywą normalną

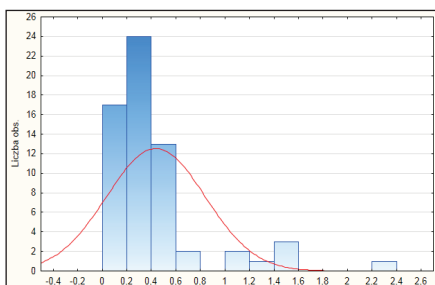


Rys. 4.30. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w grupie NB&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

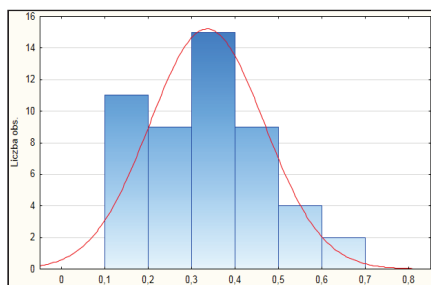
Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

Na podstawie rysunków 4.23-4.26 oraz 4.27-4.30 można zauważyć, że odrzucenie wartości poniżej decyla D_1 oraz powyżej D_2 może powodować znaczne zmiany w postaciach rozkładów empirycznych badanych wskaźników.



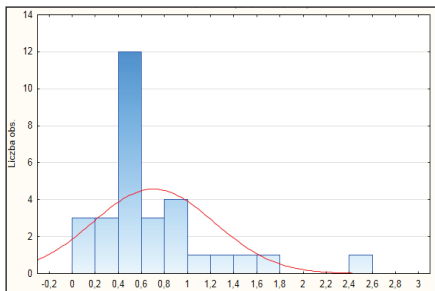
Rys. 4.31. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie B2&2007 z krzywą normalną



Rys. 4.35. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie B2&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

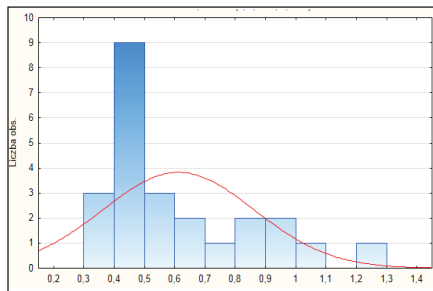
Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



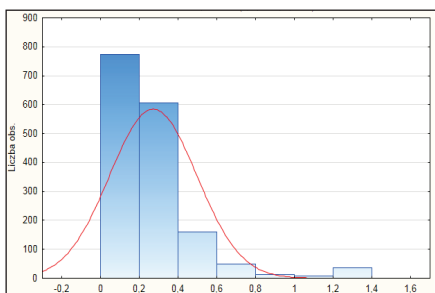
Rys. 4.32. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie B1&2008 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



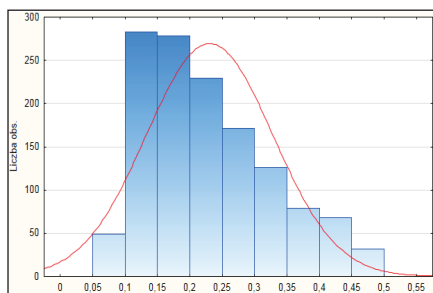
Rys. 4.36. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie B1&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



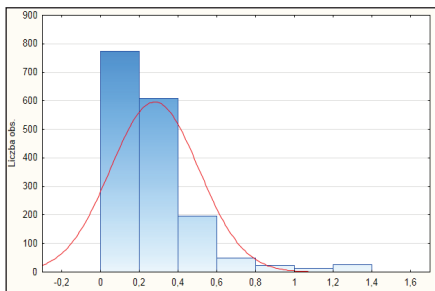
Rys. 4.33. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie NB&2007 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



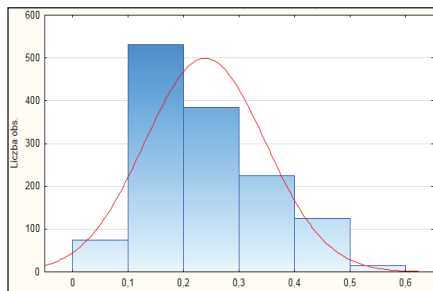
Rys. 4.37. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie NB&2007 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.34. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie NB&2008 z krzywą normalną

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.



Rys. 4.38. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{27} w grupie NB&2008 z krzywą normalną dla danych przyciętych

Źródło: opracowanie własne w STATISTICA 10.

Na rysunkach 4.31-4.38 przedstawiono rozkłady empiryczne wskaźnika R_{27} w wybranych latach dla poszczególnych przedsiębiorstw w całości oraz po odrzuceniu po 10% najniższych i najwyższych wartości. Należy zauważyć pewne podobieństwa rozkładów empirycznych wartości tego wskaźnika w przypadku przedsiębiorstw „zdrowych” w kolejno po sobie następujących latach (2007 i 2008) – odpowiednio rysunki 4.33 oraz 4.34. Podobieństwo to występuje również w przypadku tych samych kategorii przedsiębiorstw i zakresów lat w odniesieniu do zbiorowości, z których wyeliminowano wartości skrajne według opisanej wyżej reguły.

Kolejnym krokiem w badaniu rozkładów empirycznych wybranych wskaźników finansowych w podziale na kategorie przedsiębiorstw uwzględniające bankrutów oraz jednostki „zdrowe”, była próba zidentyfikowania postaci analitycznych rozkładów tych wskaźników. Hipoteza zerowa dotyczyła zgodności badanego rozkładu empirycznego z określonym typem rozkładu. Do zweryfikowania tej hipotezy wykorzystano test oparty na statystyce o rozkładzie chi-kwadrat. Wnioskowanie przeprowadzono w odniesieniu do siedmiu najczęściej wykorzystywanych wskaźników dla wszystkich grup przedsiębiorstw w latach 2007 (grupa B2), 2008 (grupa B1) oraz 2005-2009 (grupa NB). W większości przypadków uzyskane wyniki wskazywały na konieczność odrzucenia na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ hipotezy o zgodności badanego rozkładu z daną klasą rozkładów. W tabeli 4.8 zamieszczono wyniki testowania wskazujące na brak podstaw do odrzucenia na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ testowanej hipotezy zerowej.

Tabela 4.8. Wyniki testowania zgodności rozkładów wskaźników, gdzie brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej przy poziomie istotności 0,05 dla poszczególnych grup przedsiębiorstw

Wskaźnik	Grupa	Rozkład	Wartość statystyki χ^2	p -value
R_{03}	B1&2008	wykładniczy	1,40471	0,23594
R_{03}	B2&2007	wykładniczy	2,94491	0,32116
R_{11}	B1&2008	normalny	2,40747	0,12076
R_{13}	B1&2008	normalny	2,21934	0,32967
R_{27}	B1&2008	gamma	5,30034	0,07064
R_{27}	B2&2007	gamma	2,68049	0,10158
R_{27}	B1&2008	lognormalny	1,62773	0,20202
R_{27}	B2&2007	lognormalny	4,09899	0,12880
R_{31}	B2&2007	lognormalny	5,04124	0,08041

Źródło: obliczenia własne w STATISTICA 10.

W przypadku rozkładów empirycznych wskaźników powstałych po odrzuceniu wartości odstających, zgodnie z opisaną wcześniej regułą (ba-

danie 80% centralnie położonych obserwacji), tylko w jednym przypadku zdołano zidentyfikować postać rozkładu. Sytuacja ta dotyczy wskaźnika R_{03} dla grupy B1 w roku 2008; dla którego uzyskano następujące wyniki: $\chi^2 = 1,29594$, wartość p -value: 0,25496, typ rozkładu: wykładniczy. Rezultaty te mogą sugerować, że odrzucenie po 10% skrajnych wartości poszczególnych wskaźników nie przyczynia się do poprawy jakości wnioskowania o postaci analitycznej rozkładu badanych zmiennych, rozumianej jako liczba rozpoznanych rozkładów. Wyniki prób zidentyfikowania rozkładów wykorzystywanych wskaźników finansowych wyraźnie zatem wskazują, że założenia o normalności rozkładów empirycznych, będące przecież wymogiem w stosunku do zmiennych stosowanych np. w modelach dyskryminacyjnych, najczęściej nie są utrzymane. Nie należy przy tym również zapominać, że wartości parametrów rozkładów empirycznych tych wskaźników podlegają naturalnym zmianom w czasie, które wynikają zarówno z przyczyn leżących po stronie przedsiębiorstwa, a związanych z jego kondycją finansową i specyfiką prowadzonej działalności, jak i czynników zewnętrznych, uwarunkowanych zmieniającą się koniunkturą gospodarczą. Znajomość powyższych prawidłowości stanowi cenną informację w procesie przewidywania upadłości przedsiębiorstw. Próba budowy modeli predykcji bankructwa przedsiębiorstw działających w sektorze przetwórstwa przemysłowego w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej będzie przedmiotem kolejnego rozdziału.

ROZDZIAŁ V

ANALIZA PORÓWNAWCZA PODSTAWOWYCH MODELI PROGNOZOWANIA BANKRUCTWA NA PRZYKŁADZIE PRZEDSIĘBIORSTW PRZETWÓRSTWA PRZEMYSŁOWEGO W POLSCE

5.1. Uwagi wstępne

Z prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw związane są pewne problemy metodologiczne, które mogą wywierać wpływ na wyniki generowane przez modele predykcji bankructwa firm. Jedną z podstawowych kwestii jest wybór odpowiedniej postaci modelu. Wobec wielości różnych technik, które prowadzą do konstrukcji tego typu modeli, wciąż poszukuje się tych, które są w stanie jak najlepiej „przewidzieć” bankructwo firmy. W niniejszym rozdziale, w oparciu o dane finansowe przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce, zaprezentowano analizę porównawczą zdolności prognostycznych najczęściej wykorzystywanych typów modeli, a to: modeli dyskryminacyjnych, modeli logitowych, drzew klasyfikacyjnych oraz sieci neuronowych. W przeprowadzonej analizie zwrócono także uwagę na wpływ metody doboru próby z populacji bankrutów i niebankrutów oraz proporcji, w jakiej dokonano podziału zbioru danych na próbę uczącą i testową na zdolności predykcyjne otrzymanych modeli⁸. Badania porównawcze przeprowadzono na zbiorze danych scharakteryzowanych w rozdziale III. Zbiór ten jest jednym z najobszerniejszych z dotychczas zgromadzonych, dotyczących sektora przetwórstwa przemysłowego. Również i zaprezentowane tutaj analizy porównawcze należą do najobszerniejszych z prowadzonych dotychczas badań upadłości w Polsce.

⁸ Część wyników badań przedstawionych w tym rozdziale została zaprezentowana na konferencjach międzynarodowych w postaci referatów: J. Pociecha, B. Pawełek, M. Baryła, *A Comparative Study of Bankruptcy Prediction Models – Example of Polish Manufacturing Companies*, „9th International Statistics Day Symposium (ISDS’2014)”, 10-14 maja 2014, Antalya (Turcja) oraz M. Baryła, B. Pawełek, J. Pociecha, *Simple Random Sampling With Replacement as a Technique of Companies Selection in Corporate Bankruptcy Prediction*, „Second European Conference on Data Analysis (ECDA 2014)”, 2-4 lipca 2014, Breme (Niemcy).

5.2. Opis procedury badawczej

Punktem wyjścia zamierzonego badania była opisana w trzecim rozdziale baza danych. Utrzymując poczynione we wspomnianym rozdziale założenie, zgodnie z którym każdy rekord tej bazy można traktować jako odrębne przedsiębiorstwo, w tabeli 5.1 zaprezentowano rozkład liczby przedsiębiorstw w podziale na bankrutów oraz firmy „zdrowe” w zależności od roku, dla którego były dostępne wartości wskaźników finansowych. W przypadku bankrutów dokonano rozróżnienia pomiędzy rokiem, w którym przedsiębiorstwo ogłosiło upadłość, a rokiem sprawozdania, dla którego dysponowano danymi finansowymi. Analizując informacje przedstawione w tabeli 5.1, można zauważyć, że 2007 i 2008 rok były tymi latami, dla których dostępne były informacje finansowe o największej liczbie zarówno bankrutów, jak i przedsiębiorstw dobrze prosperujących.

Tabela 5.1. Struktura przedsiębiorstw w bazie danych w zależności od roku, dla którego dostępne były wartości wskaźników finansowych

Rok sprawozdania	Liczba niebankrutów	Liczba bankrutów
2009	1225	9 przedsiębiorstw, które upadły za rok, tj. w 2010 r.
2008	1694	57 przedsiębiorstw, w tym: – 30 firm, które upadły za rok, tj. w 2009 r. – 27 firm, które upadły za dwa lata, tj. w 2010 r.
2007	1644	75 przedsiębiorstw, w tym: – 12 firm, które upadły za rok, tj. w 2008 r. – 63 firmy, które upadły za dwa lata, tj. w 2009 r.
2006	1380	25 przedsiębiorstw, w tym: – 8 firm, które upadły za rok, tj. w 2007 r. – 17 firm, które upadły za dwa lata, tj. w 2008 r.
2005	1204	16 przedsiębiorstw, które upadły za dwa lata, tj. w 2007 r.

Źródło: opracowanie własne.

Mając na uwadze jak najlepsze wykorzystanie informacji zawartych w dostępnej bazie danych, rozważono trzy warianty badania. Pierwszy z nich (wariant W_1) koncentrował się na prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw z rocznym wyprzedzeniem. W tym celu, ze względu na stosunkowo niedużą liczbę bankrutów w poszczególnych latach, wzięto pod uwagę możliwie najdłuższy szereg czasowy (tj. lata 2006-2009), łącząc bankrutów z lat 2007-2010 (tj. tych, którzy ogłosili upadłość za rok w stosunku do lat 2006-2009) w jeden zbiór. Podobnie postąpiono w przypadku drugiego rozważanego scenariusza (wariant W_2), który dotyczył prognozowania bankructwa firm, biorąc pod uwagę dwuletni horyzont prognozy. Także i tu

uwzględniono kondycję finansową przedsiębiorstw znajdującą swoje odzwierciedlenie we wskaźnikach finansowych dla najdłuższego okresu, tj. dla lat 2005-2008. Ten wariant badania obejmował zatem firmy, które zbankrutowały pomiędzy 2007 a 2010 rokiem (tj. te przedsiębiorstwa, które upadły za dwa lata względem lat 2005-2008). Warto także zaznaczyć, że w ramach wariantów badania W_1 i W_2 w jeden zbiór łączono także firmy o dobrej kondycji finansowej, podobnie jak to czyniono w sytuacji firm upadłych. Trzeci z kolei scenariusz (wariant W_3) związany był z prognozowaniem bankructwa przedsiębiorstw na dwa lata przed ich upadkiem. W odróżnieniu od poprzedniego wariantu badania, tym razem uwzględniono dane finansowe firm wyłącznie z 2007 roku. Było to podyktowane tym, że właśnie dla tego roku dostępne były informacje finansowe o największej liczbie przedsiębiorstw na dwa lata przed ich bankructwem. Powstałe z wyjściowej bazy danych zbiory firm (w ramach poszczególnych scenariuszy) potraktowano w prowadzonym badaniu jako populacje przedsiębiorstw upadłych i nieupadłych za dany okres, które następnie posłużyły do skonstruowania prób.

Przed przystąpieniem do przeprowadzenia analizy konieczne było pozyczenie pewnych założeń. W szczególności dotyczyły one: techniki doboru bankrutów i niebankrutów do próby, proporcji, w jakiej należało dokonać podziału danych na zbiór uczący i testowy, typu zastosowanych modeli oraz metody wyboru zmiennych do modelu.

W ramach każdego spośród opisanych wcześniej scenariuszy uwzględniono dwa podejścia prowadzące do utworzenia prób bankrutów i niebankrutów. Pierwsze z nich zakładało wykorzystanie najczęściej spotykanej w badaniach nad upadłością przedsiębiorstw techniki polegającej na kojarzeniu przedsiębiorstw parami (zob. np.: [Altman 1968], [Hadasik 1998], [Korol i Prusak 2005]), nazywanej też metodą parowania. W tym przypadku jako próbę bankrutów przyjęto wszystkie upadłe za dany okres przedsiębiorstwa. Okres ten wynikał bezpośrednio z rozważanego wariantu badania. Do tak otrzymanej próby bankrutów metodą parowania dobierano następnie firmy znajdujące się w dobrej kondycji finansowej, kierując się przy tym podobną wielkością przedsiębiorstwa (wyrażoną za pomocą zmiennej R_{35}) oraz tym samym działem PKD. W przypadku wariantów badania W_1 i W_2 podczas łączenia przedsiębiorstw w pary uwzględniono ten sam rok sprawozdania, co oznaczało, że wartości wskaźników finansowych dla bankrutów i niebankrutów w obrębie danej pary firm pochodziły z tego samego okresu. Problem ten nie wystąpił w przypadku trzeciego rozważanego scenariusza, który uwzględniał wartości wskaźników finansowych firm wyłącznie z jednego roku. Ostatecznie otrzymano trzy zbilansowane próby, po jednej dla każdego rozważanego wariantu badawczego.

Pomimo że metoda parowania zyskała bardzo dużą popularność w badaniach z zakresu prognozowania upadłości firm, to rodzi ona pewne wątpliwości. Odwołując się do klasycznego ujęcia chociażby analizy dyskryminacyjnej, tak często stosowanej w rozważanym nurcie badań, napotykamy na wymóg losowości pobieranych prób. Uwzględniając dodatkowo fakt, że populacje firm bankrutów i niebankrutów na ogół nie są licznymi zbiorami, wybór przedsiębiorstw do próby powinien opierać się na losowaniu niezależnym. Metoda parowania nie tylko nie zapewnia uzyskania prób, w podstawowym ich rozumieniu, lecz ma także charakter nielosowy. Jako „próbę” firm upadłych w tej metodzie najczęściej przyjmuje się wszystkie przedsiębiorstwa, które zbankrutowały w danym okresie; zatem mamy tu do czynienia z populacją bankrutów, a nie z próbą. Następnie, do tak uzyskanej „próby” firm upadłych dobiera się, a nie losuje, przedsiębiorstwa o podobnych parametrach, znajdujące się w dobrej kondycji finansowej.

W świetle poczynionych powyżej uwag, oprócz powszechnie stosowanej metody parowania, w badaniu uwzględniono również losowanie niezależne jako technikę doboru próby. W tym celu z populacji firm bankrutów oraz niebankrutów wylosowano ze zwracaniem określoną liczbę firm „zdrowych” i upadłych, zachowując przy tym równoliczność podmiotów z obu rozważanych grup w obrębie każdego z trzech wariantów badania. Ilość wylosowanych przedsiębiorstw została określona przez liczbę firm, które wybrano do próby w wyniku zastosowania metody parowania. Zapewnienie takiej samej liczebności prób w przypadku obu wspomnianych technik było związane z zamierzonym porównaniem tych metod. Należy też zaznaczyć, że podczas losowania nie uwzględniano kryteriów, które stosowano przy parowaniu przedsiębiorstw. Tak więc wylosowane próby bankrutów i niebankrutów w ramach danego podejścia badawczego, pomimo iż były zbilansowane, to wcale nie musiały zawierać (i zazwyczaj nie zawierały) takiej samej liczby firm „zdrowych” i upadłych z poszczególnych działów sektora przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego. Podobnie rzecz miała się z rokiem sprawozdania, z którego pochodziły dane finansowe (dotyczyło to wariantów badania W_1 i W_2) oraz wielkością przedsiębiorstwa.

Istotną kwestią przy konstruowaniu modeli predykcji bankructwa firm jest podział próby na co najmniej dwie podpróby. Jedna z nich, nazywana próbą uczącą, wykorzystywana jest do budowania modelu i szacowania jego parametrów, podczas gdy druga podpróba, tzw. próba testowa, służy do oceny zdolności prognostycznych zbudowanego modelu. Zagadnieniom podziału próby na część uczącą i część testową poświęcono w literaturze wiele uwagi (zob. np. [Korol i Prusak 2005]). W niniejszej analizie uwzględniono dwa podziały próby na zbiór uczący i testowy w stosunku 7:3 oraz 6:4.

Liczbę przedsiębiorstw, które utworzyły próbę uczącą i testową w zależności od rozważanego wariantu badania przedstawiono w tabeli 5.2. Warto podkreślić, że przy losowym podziale próby na dwa wspomniane podzbiory utrzymano założenie równoliczności bankrutów i niebankrutów.

Tabela 5.2. Podział próby na zbiór uczący i testowy w stosunku 7:3 i 6:4

Typ podziału	Wariant badania	Podział w grupach		
		Zbiór uczący	Zbiór testowy	Razem
7:3	W_1	82	36	118
	W_2	172	74	246
	W_3	88	38	126
6:4	W_1	70	48	118
	W_2	148	98	246
	W_3	76	50	126

Źródło: opracowanie własne.

W celu przeprowadzenia analizy porównawczej wykorzystano cztery najczęściej stosowane typy modeli w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, a mianowicie: liniową funkcję dyskryminacyjną, model logitowy, drzewo klasyfikacyjne uzyskane metodą CART (ang. *Classification and Regression Trees*) oraz sieć neuronową posiadającą architekturę perceptronu wielowarstwowego (tzw. sieć typu MLP – *MultiLayer Perceptron*). W badaniu uwzględniono zatem zarówno modele statystyczne, jak i techniki należące do grona metod typu data mining, nie faworyzując przy tym żadnej z tych dwóch grup.

W niniejszym badaniu wybór zmiennych w przypadku modeli statystycznych dokonywał się za pośrednictwem metody krokowej „w przód” (postępującej) oraz „w tył” (wstecznej) w ramach liniowej analizy dyskryminacyjnej oraz analizy logitowej. Te techniki redukcji liczby zmiennych dostępne są w programie STATISTICA 10, za pośrednictwem którego przeprowadzono obliczenia⁹. Podczas ich realizacji przyjęto: dla krokowej analizy dyskryminacyjnej – F wprowadzenia i F usunięcia na poziomie równym 4, natomiast dla krokowej analizy logitowej – p wprowadzenia i p usunięcia na poziomie 0,05. W przypadku drzew klasyfikacyjnych wybór zmiennych do modelu dokonywał się automatycznie w wyniku zastosowania algorytmu CART. Zmienne wyselekcjonowane wspomnianymi metodami zostały także wykorzystane do konstrukcji sieci neuronowej typu MLP. W literaturze z zakresu prognozowania upadłości przedsiębiorstw autorzy otrzymują zazwyczaj modele z liczbą zmiennych objaśniających nie więk-

⁹ Szersze omówienie istoty metody krokowej postępującej i wstecznej w ramach metodologii analizy dyskryminacyjnej oraz logitowej można znaleźć np. w pracy [StatSoft 2006].

szą niż sześć (zob. np. [Wędzki 2005, s. 58]). Stąd też w analizie wzięto pod uwagę jedynie te modele, w przypadku których ilość uwzględnionych wskaźników finansowych nie przekroczyła sześciu.

Analiza porównawcza czterech typów modeli została przeprowadzona z punktu widzenia ich zdolności prognostycznych, które były oceniane w oparciu o zbiór testowy. Dla danego wariantu badania, przy zastosowaniu określonej metody doboru przedsiębiorstw do próby oraz danego podziału próby na część uczącą i testową, generowano modele (dzieląc wielokrotnie w sposób losowy otrzymane próby na zbiór uczący i testowy) do momentu uzyskania dziesięciu modeli określonego typu, spełniających następujące warunki. Po pierwsze, były to modele zawierające nie więcej niż sześć wskaźników finansowych. Po drugie, wszystkie parametry modeli statystycznych były istotne na poziomie istotności 0,05, o czym wspomniano w dalszej części niniejszego podrozdziału. Po trzecie, modele te charakteryzowały się wartością sprawności pierwszego i drugiego rodzaju (na zbiorze uczącym i testowym) większą niż 50%. Następnie, z grona dziesięciu otrzymanych modeli danego typu (w ramach danego podejścia badawczego, dla danej metody doboru przedsiębiorstw do próby i przy określonym podziale próby na zbiór uczący i testowy), spełniających wymienione wcześniej warunki, wybierano najlepszy spośród nich według następującej procedury. W pierwszej kolejności przy wyborze modelu kierowano się maksymalizacją wartości sprawności pierwszego rodzaju (SP I), tj. odsetka bankrutów, którzy zostali poprawnie zaklasyfikowani przez model do zbioru bankrutów. Jeżeli otrzymano kilka modeli, dla których sprawność pierwszego rodzaju kształtowała się na takim samym poziomie, wówczas jako najlepszy model przyjmowano ten, dla którego uzyskano największą wartość sprawności drugiego rodzaju (SP II), tj. odsetka niebankrutów poprawnie zaklasyfikowanych przez model do grupy przedsiębiorstw kontynuujących swą działalność.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że wybór miary SP I jako pierwszego kryterium selekcji modeli w opisanej procedurze nie był bezpodstawny. Dla instytucji finansowych, takich jak np. banki, o wiele większe znaczenie odgrywa błąd wynikły z udzielenia kredytu przedsiębiorstwu, które w rzeczywistości zbankrutuje (jest to tzw. błąd pierwszego rodzaju, będący dopełnieniem do stu miary SP I wyrażonej w procentach) niż błąd polegający na nieudzieleniu kredytu podmiotowi, który byłby w stanie ten kredyt spłacić (jest to tzw. błąd drugiego rodzaju, stanowiący dopełnienie do stu miary SP II wyrażonej w procentach). W pierwszym przypadku mamy do czynienia ze stratą poniesioną przez instytucję kredytową, podczas gdy druga z kolei sytuacja wiąże się z kosztem alternatywnym równym wysokości zysku, jaki osiągnęłaby instytucja kredytowa, gdyby pozytywnie rozpatrzyła wniosek o udzielenie kredytu danemu podmiotowi.

Jak już uprzednio zaznaczono, wszelkie obliczenia zostały przeprowadzone w programie STATISTICA 10. Ocena jakości zbudowanych modeli statystycznych opierała się na tych miarach i procedurach, które były oferowane przez wspomniany pakiet statystyczny. W trakcie implementacji opisaną wcześniej procedury wyboru najlepszych modeli, w ramach analizy logitowej rozpatrywano jedynie te modele, których parametry okazały się statystycznie istotne na poziomie istotności równym 0,05. W celu zweryfikowania hipotezy zerowej głoszącej, że wartość danego parametru w modelu logitowym jest równa zero (parametr jest statystycznie nieistotny) wobec hipotezy alternatywnej, że wartość tego parametru istotnie różni się od zera (parametr jest statystycznie istotny), posłużono się testem Walda. Statystyka Walda, definiowana jako kwadrat ilorazu oceny danego parametru i oceny jego średniego błędu szacunku, przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej posiada w przybliżeniu rozkład chi-kwadrat o jednym stopniu swobody.

Ocena statystycznej istotności uzyskanych funkcji dyskryminacyjnych i ich komponentów odbywała się w oparciu o takie miary, jak lambda Wilksa oraz cząstkowa lambda Wilksa. Pierwsza z nich służy do określenia istotności statystycznej zdolności dyskryminacyjnej całego modelu i jest obliczana jako stosunek wyznacznika macierzy wariancji i kowariancji wewnątrzgrupowej do wyznacznika macierzy wariancji i kowariancji całkowitej. Lambda Wilksa przyjmuje wartości z przedziału $[0; 1]$, przy czym wartość zero oznacza doskonałą moc dyskryminacyjną modelu, natomiast wartość jeden – brak mocy dyskryminacyjnej. Aby określić wkład poszczególnych zmiennych do dyskryminacji grup wykorzystano cząstkową lambdę Wilksa. Wartość tej miary wyznacza się jako iloraz wartości lambdy Wilksa po wprowadzeniu danej zmiennej do modelu i wartości lambdy Wilksa przed dodaniem tej zmiennej. Podobnie jak lambda Wilksa, cząstkowa lambda Wilksa też przyjmuje wartości z zakresu od 0 (doskonała moc dyskryminacyjna danej zmiennej) do 1 (brak zdolności dyskryminacyjnej danej zmiennej). Każdą z tych dwóch miar można przekształcić do postaci statystyki F w taki sposób, jak pokazał to Rao [1951, 1965, s. 470]. Ponadto dla każdej uzyskanej wartości statystyki F można wyznaczyć odpowiadającą jej wartość p . W przeprowadzonej analizie uwzględniano jedynie te liniowe funkcje dyskryminacyjne, w przypadku których wszystkie pojawiające się w modelu zmienne były istotne na poziomie istotności 0,05.

Oprócz przywołanych miar służących do oceny statystycznej istotności zbudowanych modeli dyskryminacyjnych można wykorzystać także standaryzowane współczynniki funkcji, które wskazują na wkład poszczególnych zmiennych w dyskryminację przedsiębiorstw upadłych i kontynuujących swą działalność. Wyższa bezwzględna wartość standaryzowanego współczynnika funkcji dyskryminacyjnej oznacza większy wkład danej zmiennej, przy której

występuje współczynnik, w podział przedsiębiorstw na obie rozważane grupy, określony przez oszacowany model. Ilekroć w podrozdziale 5.5 dokonywano charakterystyki najlepszych modeli dyskryminacyjnych ze względu na ich moce predykcyjne, podawano wszystkie wspomniane miary. Dodatkowo przy prezentowaniu wyników uwzględniano wartości tzw. tolerancji, wskazującej na stopień redundancji zmiennej. Tolerancję danej zmiennej określa się jako jeden minus kwadrat współczynnika korelacji wielorakiej pomiędzy tą zmienną a wszystkimi pozostałymi zmiennymi znajdującymi się w modelu.

Budując drzewa klasyfikacyjne z wykorzystaniem algorytmu CART jako miarę zanieczyszczenia, za pomocą której była dokonywana ocena jakości podziału obiektów (przedsiębiorstw) w węzłach drzewa, wybrano wskaźnik Giniego. Przycinanie drzewa odbywało się w oparciu o tzw. kryterium kosztu-złożoności, charakterystyczne dla metody drzew klasyfikacyjnych i regresyjnych (metody CART). Kryterium to stanowi swego rodzaju kompromis pomiędzy kosztem nieprawidłowych klasyfikacji dokonywanych przez otrzymany model a złożonością drzewa, tj. jego wielkością określoną przez liczbę posiadanych przez nie węzłów końcowych (liści).

Podczas konstruowania sieci neuronowych skorzystano z modułu automatycznego ich projektowania. Rozważano jedynie sieci o architekturze perceptronu trójwarstwowego, składającego się z warstwy wejściowej, jednej warstwy ukrytej oraz warstwy wyjściowej. Ilość neuronów stanowiących pierwszą warstwę sieci odpowiadała liczbie zmiennych, jakie wyselekcjonowano za pomocą algorytmu CART, metody krokowej wstecznej bądź postępującej w ramach analizy logitowej lub dyskryminacyjnej. W warstwie ukrytej liczba neuronów była ustalana automatycznie przez program i wiązała się ona z ilością zmiennych wejściowych. Ostatnia warstwa sieci składała się z dwóch neuronów odpowiadających dwóm rozważanym klasom przedsiębiorstw (bankrutom i niebankrutom). Warto nadmienić, że rozważana w przeprowadzonym badaniu struktura sieci miała dwa neurony w warstwie wyjściowej, co jest konsekwencją zastosowanego w programie STATISTICA kodowania zmiennej jakościowej¹⁰, lecz tylko jedno wyjście. W każdym z dwóch neuronów ostatniej warstwy sieci wyznaczano ich wartości wyjściowe za pośrednictwem odpowiedniej funkcji aktywacji (funkcji przejścia), a następnie firma była klasyfikowana do tej grupy, dla której reprezentujący ją neuron wygenerował na wyjściu wyższą wartość.

Do uczenia sieci neuronowej wykorzystano metodę BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) z uwzględnieniem dwóch funkcji błędów, jakie były dostępne we wspomnianym programie statystycznym przy rozwiązy-

¹⁰ Przyjęty w programie STATISTICA sposób kodowania kategorii zmiennej o charakterze jakościowym w warstwie wyjściowej sieci omawia np. Krawiec i Stefanowski [2004, s. 90-92].

waniu problemów klasyfikacyjnych. Była to funkcja błędu w postaci sumy kwadratów (funkcja typu SOS – *Sum Of Squares*) oraz funkcja błędu w postaci entropii wzajemnej. W trakcie wyznaczania wartości wyjściowych neuronów rozważane były następujące funkcje aktywacji: funkcja liniowa, funkcja logistyczna, tangens hiperboliczny, funkcja wykładnicza oraz funkcja softmax. Charakterystykę zastosowanych funkcji błędów oraz funkcji aktywacji można znaleźć w pracy [StatSoft 2006].

5.3. Porównanie zdolności prognostycznych modeli w przypadku doboru próby metodą parowania

Zastosowanie opisanej w podrozdziale 5.2 procedury tworzenia modeli predykcji bankructwa firm i ich późniejszej selekcji, doprowadziło do otrzymania łącznej liczby dwudziestu czterech modeli, jakie zostały zbudowane na podstawie prób uzyskanych przy wykorzystaniu metody parowania. Były to modele o najlepszych zdolnościach prognostycznych w sensie przyjętego kryterium (tj. biorąc pod uwagę w pierwszym rzędzie wartość sprawności pierwszego rodzaju, a następnie wartość sprawności drugiego rodzaju). Na każdy spośród trzech rozpatrywanych wariantów badania przypadało po osiem modeli, będących konsekwencją zastosowania czterech technik prowadzących do uzyskania modeli predykcji upadłości przedsiębiorstw oraz dwóch podziałów zbioru danych na próbę uczącą i testową.

W tabeli 5.3 zaprezentowano zdolności do poprawnej klasyfikacji firm ze zbioru testowego dla modeli służących do prognozowania upadłości przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce na rok przed ich bankructwem.

Tabela 5.3. Ranking najlepszych modeli uzyskanych dla wariantu badania W_1 przy doborze przedsiębiorstw do próby za pomocą metody parowania

Ranking	Typ modelu	Rodzaj podziału	Zbiór testowy		
			SPI	SP II	SP
1	$SN_1 (R_{14}, R_{16}, R_{31})$	6:4	95,83	83,33	89,58
2	$D_1 (R_{14}, R_{16}, R_{31})$	6:4	95,83	75,00	85,42
3	$DK_1 (R_{20})$	6:4	95,83	70,83	83,33
4	$SN_2 (R_{05}, R_{13}, R_{24})$	7:3	94,44	72,22	83,33
5	$L_1 (R_{14}, R_{16})$	6:4	91,67	75,00	83,33
6	$L_2 (R_{11}, R_{31})$	7:3	88,89	83,33	86,11
7	$D_2 (R_{11}, R_{14}, R_{31})$	7:3	88,89	77,78	83,33
8	$DK_2 (R_{11})$	7:3	88,89	66,67	77,78

Uwagi: SN oznacza sieć neuronową, DK – drzewo klasyfikacyjne, L – model logitowy, D – liniową funkcję dyskryminacyjną. Liczby pojawiające się w indeksie dolnym przy poszczególnych symbolach zostały wprowadzone w celu rozróżnienia modeli tego samego typu. W nawiasach podano zmienne, jakie wykorzystano do budowy modelu. SP (ostatnia kolumna) to sprawność ogólna, tj. odsetek firm poprawnie zaklasyfikowanych przez model.

Źródło: opracowanie własne.

Trzy pierwsze miejsca w otrzymanym rankingu zajmują: sieć neuronowa, liniowa funkcja dyskryminacyjna oraz drzewo klasyfikacyjne, które zostały oszacowane na podstawie zbioru uczącego liczącego 70 firm, a sprawdzone pod kątem ich zdolności prognostycznych w oparciu o zbiór testowy utworzony przez 48 przedsiębiorstw. W ich przypadku odsetek poprawnych prognoz firm upadłych kształtuje się na takim samym poziomie i wynosi 95,83%. Na trzech ostatnich miejscach w rankingu plasują się: model logitowy, model dyskryminacyjny i drzewo klasyfikacyjne, które uzyskano przy podziale próby na część uczącą i testową w stosunku 7:3. Wszystkie te modele odznaczają się taką samą wartością sprawności pierwszego rodzaju dla zbioru testowego wynoszącą 88,89%. Warto zauważyć, że najwyższą trafnością prognoz dla przedsiębiorstw kontynuujących swą działalność charakteryzują się modele z wartością błędu drugiego rodzaju równą 16,67%, tj. modele SN_1 oraz L_2 . Warto też zaznaczyć, że istotną rolę odgrywa proporcja podziału zbioru na część uczącą i testową. Na trzech pierwszych miejscach znajdują się modele o bardziej zrównoważonej proporcji pomiędzy zbiorem uczącym a zbiorem testowym.

Dla podejścia badawczego W_2 , dotyczącego prognozowania upadłości firm z dwuletnim wyprzedzeniem w oparciu o dane finansowe z lat 2005-2008, uzyskano modele, których ranking przedstawia tabela 5.4.

Tabela 5.4. Ranking najlepszych modeli uzyskanych dla wariantu badania W_2 przy doborze przedsiębiorstw do próby za pomocą metody parowania

Ranking	Typ modelu	Rodzaj podziału	Zbiór testowy		
			SPI	SP II	SP
1	$SN_3 (R_{05}, R_{11})$	6:4	83,67	69,39	76,53
2	$DK_3 (R_{11})$	6:4	83,67	63,27	73,47
3	$SN_4 (R_{02}, R_{11})$	7:3	81,08	81,08	81,08
4	$DK_4 (R_{11})$	7:3	81,08	75,68	78,38
5	$L_3 (R_{11}, R_{12})$	6:4	77,55	69,39	73,47
6	$L_4 (R_{02}, R_{11})$	7:3	72,97	72,97	72,97
7	$D_3 (R_{12}, R_{16}, R_{25})$	7:3	70,27	54,05	62,16
8	$D_4 (R_{05}, R_{13})$	6:4	67,35	71,43	69,39

Uwaga: zob. uwagi do tabeli 5.3.

Źródło: opracowanie własne.

Analizując otrzymane rezultaty, można zauważyć, iż modele utworzone za pomocą metod typu data mining mają lepsze zdolności prognostyczne niż modele statystyczne. Sieć neuronowa oraz drzewo klasyfikacyjne zajmują w rankingu miejsca od pierwszego do czwartego, przy czym wyżej w rankingu znajdują się te modele, które uzyskano przy zastosowaniu podziału danych na dwie podpróby w proporcji 6:4. Sieć neuronowa SN_3 oraz drzewo

klasyfikacyjne DK_3 poprawnie prognozują przynależność przedsiębiorstw upadłych w 41 na 49 przypadków, co skutkuje wartością miary SP I na poziomie 83,67%. Na czterech ostatnich miejscach w stworzonym rankingu plasują się modele statystyczne. Na uwagę zasługuje fakt, że lepsze prognozy dla przedsiębiorstw, które zbankrutowały, dają modele logitowe niż modele dyskryminacyjne, bez względu na typ zastosowanego podziału danych. Spośród zaprezentowanych w tabeli 5.4 modeli jedynie w sytuacji liniowej funkcji dyskryminacyjnej D_4 , zamykającej przedstawiony ranking, wartość miary SP II jest wyższa niż wartość miary SP I.

Modele o najwyższych zdolnościach predykcyjnych dla trzeciego wariantu badania zestawiono w tabeli 5.5.

Tabela 5.5. Ranking najlepszych modeli uzyskanych dla wariantu badania W_3 przy doborze przedsiębiorstw do próby za pomocą metody parowania

Ranking	Typ modelu	Rodzaj podziału	Zbiór testowy		
			SP I	SP II	SP
1	$SN_5 (R_{09}, R_{11}, R_{15})$	7:3	94,74	63,16	78,95
2	$L_5 (R_{11}, R_{12})$	7:3	84,21	57,89	71,05
3	$D_5 (R_{03}, R_{16})$	7:3	84,21	52,63	68,42
4	$SN_6 (R_{12}, R_{15}, R_{16}, R_{23})$	6:4	80,00	64,00	72,00
5	$D_6 (R_{09}, R_{13})$	6:4	80,00	60,00	70,00
6	$L_6 (R_{11}, R_{12}, R_{15})$	6:4	76,00	60,00	68,00
7	$DK_5 (R_{12})$	6:4	76,00	52,00	64,00
8	$DK_6 (R_{11})$	7:3	63,16	68,42	65,79

Uwaga: zob. uwagi do tabeli 5.3.

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie wartości miar oceniających trafność prognoz kondycji finansowej przedsiębiorstw można zauważyć, że pierwsze miejsce w rankingu zajmuje sieć neuronowa otrzymana przy zastosowaniu podziału próby na zbiór uczący i testowy w stosunku 7:3, dając wartość miary SP I na poziomie 94,74%. Z kolei frakcja przedsiębiorstw kontynuujących swą działalność poprawnie zaklasyfikowanych przez wspomnianą sieć neuronową wynosi 63,16%. Kolejnych sześć miejsc w prezentowanym zestawieniu zajmują pary modeli odznaczających się taką samą (w ramach danej pary) wartością sprawności pierwszego rodzaju. Są to modele: L_5 i D_5 , SN_6 i D_6 , L_6 i DK_5 . Drzewo klasyfikacyjne DK_6 , pomimo że zajmuje ostatnie miejsce charakteryzuje się najniższą wartością błędu drugiego rodzaju równą 31,58%.

5.4. Porównanie zdolności prognostycznych modeli w przypadku doboru próby metodą losowania niezależnego

Podobnie jak to miało miejsce w poprzednim podrozdziale, także i w tym przedstawiono rankingi najlepszych modeli, jednak z tą różnicą, że jako metodę doboru przedsiębiorstw do próby, na podstawie której budowano modele oraz sprawdzono ich zdolności prognostyczne, wykorzystano losowanie niezależne. W wyniku realizacji procedury opisanej w podrozdziale 5.2, dla trzech rozpatrywanych podejść badawczych uzyskano łącznie kolejne dwadzieścia cztery modele o najwyższych mocach predykcyjnych, które zostały zaprezentowane w tabelach 5.6-5.8.

Trafność klasyfikacji przedsiębiorstw z próby testowej w przypadku modeli predykcji upadłości firm z uwzględnieniem rocznego horyzontu prognozy dla przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce przedstawiono w tabeli 5.6.

Tabela 5.6. Ranking najlepszych modeli uzyskanych dla wariantu badania W_1 przy doborze przedsiębiorstw do próby za pomocą losowania niezależnego

Ranking	Typ modelu	Rodzaj podziału	Zbiór testowy		
			SPI	SP II	SP
1	$SN_7 (R_{03}, R_{16})$	6:4	100,00	91,67	95,83
2	$SN_8 (R_{16}, R_{21}, R_{23}, R_{31})$	7:3	100,00	83,33	91,67
3	$DK_7 (R_{20})$	6:4	100,00	79,17	89,58
4	$D_7 (R_{16}, R_{31})$	7:3	100,00	72,22	86,11
5	$DK_8 (R_{11})$	7:3	94,44	88,89	91,67
6	$L_7 (R_{16}, R_{31})$	7:3	94,44	83,33	88,89
7	$D_8 (R_{17}, R_{18}, R_{20}, R_{30})$	6:4	91,67	100,00	95,83
8	$L_8 (R_{03}, R_{16})$	6:4	87,50	66,67	77,08

Uwaga: zob. uwagi do tabeli 5.3.

Źródło: opracowanie własne.

Modele zajmujące cztery pierwsze miejsca w rankingu odznaczają się stuprocentową skutecznością klasyfikacyjną firm upadłych tworzących grupę testową. Wśród nich znajdują się: dwie sieci neuronowe, drzewo klasyfikacyjne DK_7 oraz liniowa funkcja dyskryminacyjna D_7 . Również w przypadku modelu dyskryminacyjnego D_8 mamy do czynienia ze stuprocentową trafnością prognoz, lecz wynik ten został osiągnięty dla grupy podmiotów kontynuujących swą działalność. Odsetek błędnych prognoz dla wszystkich firm z grupy testowej dla tego modelu wynosi 4,17% i jest on równy frakcji niepoprawnie zaklasyfikowanych firm z tej grupy dla modelu plasującego

się na szczycie rankingu. Porównując wartości miar SP I oraz SP II dla sieci neuronowej SN_7 i najlepszego modelu uzyskanego w ramach rankingu zaprezentowanego w tabeli 5.3, można zauważyć wzrost wartości wymienionych miar odpowiednio o 4,17 oraz 8,34 punkty procentowe na korzyść modelu zbudowanego w oparciu o próbę uzyskaną w wyniku losowania niezależnego.

W tabeli 5.7 przedstawiono modele o najwyższych zdolnościach predykcyjnych dla wariantu badania W_2 . Podobnie do rankingu zaprezentowanego w tabeli 5.4 pierwsze cztery miejsca zajmują modele skonstruowane w wyniku zastosowania technik data mining. Najlepszym modelem spośród nich jest drzewo klasyfikacyjne zbudowane w oparciu o zbiór uczący składający się ze 148 firm, a ocena trafności prognoz dla nowych przypadków dla tego modelu dokonywała się na podstawie zbioru testowego liczącego 98 przedsiębiorstw. Model DK_9 odznacza się najwyższą, 89,80-procentową skutecznością klasyfikacji firm upadłych ze zbioru testowego i jednocześnie najniższą wartością miary SP II. Z grona oszacowanych modeli statystycznych najniższą wartość błędu pierwszego rodzaju na zbiorze testowym ma model logitowy L_9 , któremu towarzyszy (tak jak w przypadku drzewa klasyfikacyjnego DK_9) najwyższa wartość błędu drugiego rodzaju wynosząca 38,78%.

Tabela 5.7. Ranking najlepszych modeli uzyskanych dla wariantu badania W_2 przy doborze przedsiębiorstw do próby za pomocą losowania niezależnego

Ranking	Typ modelu	Rodzaj podziału	Zbiór testowy		
			SPI	SP II	SP
1	$DK_9 (R_{11})$	6:4	89,80	61,22	75,51
2	$SN_9 (R_{11}, R_{13})$	7:3	89,19	64,86	77,03
3	$SN_{10} (R_{02}, R_{11}, R_{13}, R_{16})$	6:4	87,76	67,35	77,55
4	$DK_{10} (R_{11})$	7:3	83,78	67,57	75,68
5	$L_9 (R_{02}, R_{11}, R_{13}, R_{16})$	6:4	81,63	61,22	71,43
6	$D_9 (R_{11}, R_{27})$	7:3	81,08	62,16	71,62
7	$L_{10} (R_{11}, R_{13})$	7:3	75,68	72,97	74,32
8	$D_{10} (R_{06}, R_{12}, R_{21}, R_{26})$	6:4	73,47	75,51	74,49

Uwaga: zob. uwagi do tabeli 5.3.

Źródło: opracowanie własne.

Dla wariantu badania W_3 , związanego z analizą upadłości przedsiębiorstw na dwa lata przed ich bankructwem przy wykorzystaniu danych finansowych z 2007 roku, uzyskano osiem modeli, których zdolności do poprawnej klasyfikacji firm należących do próby testowej zestawiono w tabeli 5.8.

Tabela 5.8. Ranking najlepszych modeli uzyskanych dla wariantu badania W_3 przy doborze przedsiębiorstw do próby za pomocą losowania niezależnego

Ranking	Typ modelu	Rodzaj podziału	Zbiór testowy		
			SPI	SP II	SP
1	$SN_{11} (R_{12}, R_{16}, R_{29})$	7:3	100,00	78,95	89,47
2	$SN_{12} (R_{11}, R_{25}, R_{28})$	6:4	88,00	76,00	82,00
3	$L_{11} (R_{10}, R_{14}, R_{18}, R_{28})$	7:3	84,21	73,68	78,95
4	$D_{11} (R_{13}, R_{29})$	6:4	84,00	68,00	76,00
5	$DK_{11} (R_{09}, R_{16}, R_{27})$	7:3	78,95	89,47	84,21
6	$D_{12} (R_{11}, R_{27})$	7:3	78,95	89,47	84,21
7	$DK_{12} (R_{11})$	6:4	76,00	72,00	74,00
8	$L_{12} (R_{18}, R_{29})$	6:4	68,00	76,00	72,00

Uwaga: zob. uwagi do tabeli 5.3.

Źródło: opracowanie własne.

Dokonując analizy uzyskanych wyników, można zauważyć, że na czele rankingu znajdują się dwie sieci neuronowe. Wyższym odsetkiem poprawnych prognoz dla grupy firm, które zbankrutowały, charakteryzuje się sieć powstała na bazie próby, którą podzielono na grupę uczącą i testową w stosunku 7:3. Wartość miary SP I dla tego modelu wynosi aż 100%. Świadczyłyby to o przewadze sieci neuronowych przy przewidywaniu bankructwa w dłuższym horyzoncie czasowym i potwierdza opinię T. Korola oraz B. Prusaka [2005] o prymacie sieci neuronowych jako narzędzia przewidywania upadłości firm. Trzecie i czwarte miejsce w rankingu zajmują odpowiednio modele L_{11} i D_{11} , w przypadku których wartość sprawności pierwszego rodzaju kształtuje się na podobnym poziomie i wynosi ok. 84%. Dwie kolejne pozycje zajmują modele o takich samych odsetkach poprawnych prognoz zarówno dla grupy bankrutów, jak i niebankrutów. W tej sytuacji o zajmowanych przez te modele miejscach zdecydowały wartości miar SP I oraz SP II dla zbioru uczącego. Dla drzewa klasyfikacyjnego DK_{11} wynosiły one odpowiednio 88,64% i 75,00%, podczas gdy dla modelu dyskryminacyjnego D_{12} były równe odpowiednio 68,18% i 65,91%. Drzewo klasyfikacyjne DK_{11} oraz liniowa funkcja dyskryminacyjna D_{12} to modele, które odznaczają się największą trafnością prognoz dla grupy podmiotów nieupadłych. Ranking przedstawiony w tabeli 5.8 zamyka drzewo klasyfikacyjne i model logitowy, które powstały przy podziale próby na grupę uczącą i testową w proporcji 6:4. Warto zwrócić uwagę, że dla żadnego z tych dwóch modeli wartość miary SP I i SP II nie przekracza 76%.

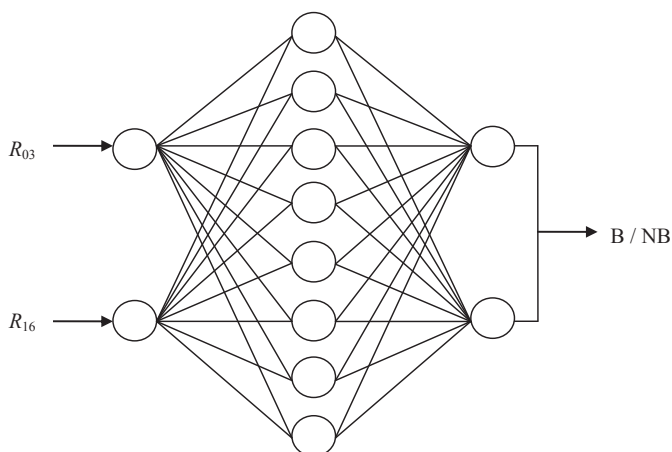
5.5. Charakterystyka wybranych modeli

Spośród czterdziestu ośmiu modeli predykcji upadłości firm dla przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce, zestawionych w tabelach 5.3-5.8, w niniejszym podrozdziale wybrano oraz opisano po cztery najlepsze modele ze względu na ich moce predykcyjne (każdy innego typu), uzyskane w ramach trzech rozpatrywanych wariantów badania. Podczas dokonywania opisu poszczególnych modeli odnoszono się do nich za pośrednictwem prezentowanych w dwóch wcześniejszych podrozdziałach symboli. Wyjątek stanowią miejsca, w których podawano oszacowane równania otrzymanych modeli statystycznych. W tych przypadkach, trzymając się powszechnie panującej konwencji, nad symbolami L oraz D umieszczono daszek.

Przed przystąpieniem do charakterystyki wybranych modeli warto zaznaczyć, że wartość ujemna prezentowanych liniowych funkcji dyskryminacyjnych oznacza, iż dany podmiot jest klasyfikowany jako kontynuujący swą działalność, podczas gdy wartość nieujemna wskazuje na konieczność zaliczenia przedsiębiorstwa do grupy bankrutów. Podobnie sytuacja przedstawia się w przypadku modeli logitowych. Wartość logitu nie mniejsza niż zero oznacza, że podmiot należy do grupy firm upadłych, natomiast wartość ujemna pozwala na zaklasyfikowanie przedsiębiorstwa do grupy niebankrutów.

Modelami o najwyższych zdolnościach prognostycznych (w myśl przyjętego w przeprowadzonej analizie kryterium) w ramach pierwszego rozważanego wariantu badania (wariant W_1) okazały się: sieć neuronowa SN_7 , drzewo klasyfikacyjne DK_7 , liniowa funkcja dyskryminacyjna D_7 , model logitowy L_7 . Są to modele, które skonstruowano w oparciu o próbę powstałą w wyniku zastosowania losowania niezależnego jako metody doboru przedsiębiorstw z populacji bankrutów i niebankrutów. Dwa pierwsze wymienione modele zbudowano przy podziale próby na część uczącą i testową w stosunku 6:4, natomiast dwa kolejne – przy zastosowaniu podziału 7:3.

Sieć neuronowa SN_7 to perceptron trójwarstwowy składający się z dwóch neuronów w warstwie wejściowej, ośmiu neuronów w warstwie ukrytej oraz dwóch neuronów w warstwie wyjściowej (rys. 5.1). Sieć ta ma dwa wejścia, które stanowią zmienne R_{03} i R_{16} , otrzymane w wyniku zastosowania metody krokowej w przód w ramach analizy logitowej, oraz jedno wyjście (bankrut (B) albo niebankrut (NB)). Funkcją aktywacji w warstwie ukrytej jest tangens hiperboliczny, a w warstwie wyjściowej – funkcja softmax. Do uczenia tej sieci wykorzystano algorytm BFGS z funkcją błędów w postaci entropii wzajemnej, uzyskując optymalne rozwiązanie w 41. kroku.

Rys. 5.1. Architektura sieci neuronowej SN_7

Źródło: opracowanie własne.

Zdolności klasyfikacyjne oraz prognostyczne sieci neuronowej SN_7 na rok przed bankrutem zostały zaprezentowane w tabeli 5.9. Odsetek poprawnych klasyfikacji w obu grupach przedsiębiorstw („zdrowych” i upadłych) jest wyższy na zbiorze testowym niż na zbiorze uczącym. Zdolności prognostyczne otrzymanego modelu przekraczają 90%, natomiast zdolności klasyfikacyjne tego modelu dla przedsiębiorstw ze zbioru uczącego są nie niższe niż 85%. Warto zwrócić uwagę, że zbudowana sieć neuronowa odznacza się stuprocentową trafnością prognoz dla firm, które zbankrutowały, podczas gdy frakcja poprawnie zaklasyfikowanych firm bankrutów z grupy uczącej wynosi 88,57%.

Tabela 5.9. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu SN_7

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	88,57	31	4	100,00	24	0
Niebankrut	85,71	5	30	91,67	2	22
Razem	87,14	36	34	95,83	26	22

Źródło: opracowanie własne.

Zastosowanie algorytmu CART doprowadziło do utworzenia bardzo prostego drzewa klasyfikacyjnego DK_7 . Składa się ono jedynie z dwóch węzłów końcowych i generuje następujące reguły decyzyjne. Jeżeli zmienna

R_{20} przyjmie wartość co najwyżej równą 0,81, wówczas przedsiębiorstwo jest zagrożone upadłością; w przeciwnym wypadku firma jest zaliczana do grupy przedsiębiorstw kontynuujących swą działalność.

W tabeli 5.10 zaprezentowano zdolności do poprawnej klasyfikacji przedsiębiorstw na zbiorze uczącym i testowym dla modelu DK_7 .

Tabela 5.10. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu DK_7

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	94,29	33	2	100,00	24	0
Niebankrut	85,71	5	30	79,17	5	19
Razem	90,00	38	32	89,58	29	19

Źródło: opracowanie własne.

Odsetek poprawnych klasyfikacji firm dla obu zbiorów (zbioru uczącego oraz testowego) jest zbliżony i wynosi ok. 90%. Uzyskane wartości poprawnych klasyfikacji dla przedsiębiorstw z grupy uczącej przekraczają 85%, przy czym zauważalna jest wyższa wartość błędu drugiego rodzaju (14,29%) niż pierwszego rodzaju (5,71%). Patrząc na zdolności prognostyczne modelu DK_7 widać, iż poprawnie klasyfikuje on bankrutów w stu procentach, podczas gdy wartość błędu drugiego rodzaju wzrasta w stosunku do tego, uzyskanego na zbiorze uczącym i wynosi 20,83%.

W sytuacji liniowej funkcji dyskryminacyjnej D_7 wybór zmiennych dokonany został za pomocą metody krokowej w przód (w ramach metodologii analizy dyskryminacyjnej), co doprowadziło do uzyskania dwóch wskaźników – R_{16} oraz R_{31} , jako istotnie klasyfikujących firmy do zbioru bankrutów i niebankrutów. Należą one do grupy wskaźników odpowiednio rentowności i sprawności działania. Wykorzystując te dwie zmienne, oszacowano liniową funkcję dyskryminacyjną, która przyjęła następującą postać:

$$\hat{D}_7 = 0,5483 - 4,1702R_{16} - 0,1071R_{31}. \quad (5.1)$$

Otrzymany model w sposób istotny dyskryminuje firmy w dobrej i złej kondycji finansowej, na co wskazuje uzyskana wartość lambdy Wilksa równa 0,5526 (powiązana z nią wartość statystyki F wynosi 31,9851, przy $p = 0,0000$). Szczegółowa analiza zmiennych w modelu (tab. 5.11) pokazuje, że obie zmienne można uznać za istotne, przy czym większy wkład do modelu w rozróżnianie bankrutów i niebankrutów wnosi zmienna R_{16} . Jednocześnie

zmienne występujące w modelu są w małym stopniu redundantne. Wniosek ten potwierdza wysoka wartość tolerancji.

Tabela 5.11. Charakterystyka elementów składowych liniowej funkcji dyskryminacyjnej D_7

Zmienna	Współczynniki standaryzowane	Częstkowa lambda Wilksa	Statystyka F	Wartość p	Tolerancja
R_{16}	-0,8153	0,7153	31,4395	0,0000	0,9571
R_{31}	-0,4343	0,9192	6,9426	0,0101	0,9571

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Analizując moce klasyfikacyjne oraz prognostyczne modelu D_7 na rok przed bankrutem (tab. 5.12), zauważalna jest asymetria rozkładu wartości błędów pierwszego i drugiego rodzaju w przypadku obu zbiorów. Na zbiorze uczącym wyższym odsetkiem niepoprawnych klasyfikacji charakteryzuje się grupa bankrutów, natomiast na zbiorze testowym – grupa niebankrutów.

Tabela 5.12. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu D_7

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	80,49	33	8	100,00	18	0
Niebankrut	87,80	5	36	72,22	5	13
Razem	84,15	38	44	86,11	23	13

Źródło: opracowanie własne.

Dla modelu L_7 uzyskano następującą oszacowaną postać funkcji regresji logistycznej:

$$\hat{L}_7 = 2,4782 - 12,0668R_{16} - 0,5381R_{31}, \quad (5.2)$$

przy czym zmienne R_{16} oraz R_{31} zostały wybrane do modelu za pomocą metody krokowej w przód (w ramach metodologii analizy logitowej). Są to te same zmienne, które uwzględniono w modelu liniowej funkcji dyskryminacyjnej D_7 .

Rezultaty przeprowadzonego testu Walda dla poszczególnych parametrów modelu logitowego zaprezentowano w tabeli 5.13. Analizując w szczególności wartości prawdopodobieństw testowych, przedstawione w ostatniej

kolumnie tabeli, można stwierdzić, że w każdym z trzech weryfikowanych niezależnie układów hipotez należy przyjąć hipotezy alternatywne głoszące, że parametry modelu są statystycznie istotne, na poziomie istotności 0,05.

Tabela 5.13. Wyniki testu Walda dla modelu logitowego L_7

Zmienna	Ocena parametru	Średni błąd szacunku	Statystyka Walda	Wartość p
Wyraz wolny	2,4782	0,8186	9,1657	0,0025
R_{16}	-12,0668	4,3420	7,7233	0,0055
R_{31}	-0,5381	0,2265	5,6464	0,0175

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Wykorzystując oszacowany model logitowy, sprawdzono jego moce klasyfikacyjne i prognostyczne na rok przed bankructwem, a uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 5.14. Otrzymane odsetki poprawnych klasyfikacji dla przedsiębiorstw z grupy uczącej przekraczają 85%, przy czym zauważalna jest nieznacznie wyższa wartość błędu drugiego rodzaju (14,63%) niż pierwszego rodzaju (12,20%). W przypadku zdolności prognostycznych wartość błędu drugiego rodzaju kształtowała się na zbliżonym poziomie jak na zbiorze uczącym, z kolei wartość błędu pierwszego rodzaju zmalała do poziomu 5,56%.

Tabela 5.14. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu L_7

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	87,80	36	5	94,44	17	1
Niebankrut	85,37	6	35	83,33	3	15
Razem	86,59	42	40	88,89	20	16

Źródło: opracowanie własne.

Dla podejścia badawczego W_2 otrzymano cztery następujące typy modeli o najwyższych zdolnościach predykcyjnych: drzewo klasyfikacyjne DK_9 , sieć neuronową SN_9 , model logitowy L_9 , liniową funkcję dyskryminacyjną D_9 . Wszystkie te modele uzyskano przy zastosowaniu losowego doboru przedsiębiorstw do próby. W przypadku drzewa klasyfikacyjnego i modelu logitowego próba została podzielona na grupę uczącą i testową w stosunku 6:4, natomiast dla sieci neuronowej i modelu dyskryminacyjnego podział próby na dwie wspomniane podpróby został dokonany w stosunku 7:3.

Do konstrukcji drzewa DK_9 została wykorzystana tylko jedna zmienna (R_{11}), w oparciu o którą dokonywała się klasyfikacja firm do jednej z dwóch grup. Otrzymane drzewo generuje następujące reguły decyzyjne:

- jeżeli zmienna R_{11} przyjmie wartość nie większą niż 0,1565, to przedsiębiorstwo jest zaliczane do grupy firm zagrożonych upadłością;
- jeżeli zmienna R_{11} przyjmie wartość większą niż 0,1565, to przedsiębiorstwo jest klasyfikowane do grupy firm znajdujących się w dobrej kondycji finansowej.

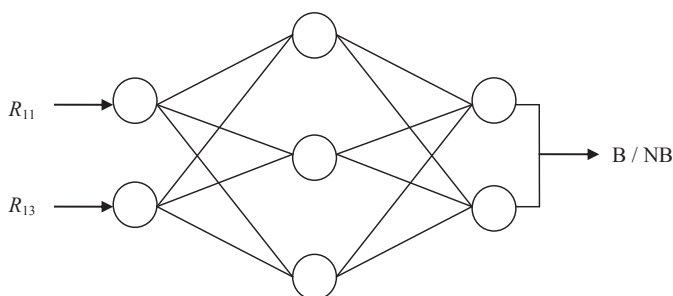
Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne na dwa lata przed upadkiem dla modelu DK_9 prezentuje tabela 5.15. Analizując zawarte w niej informacje, można stwierdzić, że procent poprawnych klasyfikacji zarówno w próbie uczącej, jak i testowej jest znacznie wyższy dla grupy bankrutów niż przedsiębiorstw kontynuujących swą działalność. Ogólny błąd klasyfikacji firm ze zbioru uczącego kształtuje się na poziomie 27,03% i nieznacznie maleje do poziomu 24,49% w przypadku zbioru testowego.

Tabela 5.15. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu DK_9

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	83,78	62	12	89,80	44	5
Niebankrut	62,16	28	46	61,22	19	30
Razem	72,97	90	58	75,51	63	35

Źródło: opracowanie własne.

Sieć neuronowa SN_9 ma architekturę perceptronu trójwarstwowego i składa się z warstwy wejściowej (2 neurony), warstwy ukrytej (3 neurony) oraz warstwy wyjściowej (2 neurony). Sieć ta ma dwa wejścia, których ilość odpowiada liczbie zmiennych, jakie wybrano za pomocą metody krokowej w przód w ramach analizy logitowej. Są to zmienne R_{11} oraz R_{13} , które należą do grupy wskaźników zadłużenia. Dokładną strukturę sieci przedstawiono na rysunku 5.2. Jako funkcję aktywacji w przypadku rozpatrywanej sieci neuronowej wykorzystano funkcję wykładniczą. Pełniła ona rolę funkcji przejścia w dwóch warstwach (w warstwie ukrytej oraz warstwie wyjściowej). Uczenie sieci odbywało się za pośrednictwem algorytmu BFGS z funkcją błędu w postaci sumy kwadratów (funkcja typu SOS), przy czym optymalne rozwiązanie uzyskano w 22. kroku (iteracji).



Rys. 5.2. Architektura sieci neuronowej SN_9

Źródło: opracowanie własne.

Zdolności do poprawnej klasyfikacji na zbiorze uczącym i testowym dla oszacowanego modelu zaprezentowano w tabeli 5.16. Wartości sprawności pierwszego rodzaju kształtują się na niemal identycznym poziomie w obu zbiorach. Pomimo iż sieć neuronowa odznacza się blisko 90-procentową skutecznością klasyfikacji przedsiębiorstw upadłych w próbie uczącej oraz testowej, to wartość sprawności drugiego rodzaju w obu tych próbach jest już znacznie niższa i wynosi nieco ponad 60%.

Tabela 5.16. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu SN_9

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	89,53	77	9	89,19	33	4
Niebankrut	60,47	34	52	64,86	13	24
Razem	75,00	111	61	77,03	46	28

Źródło: opracowanie własne.

Zmienne do modelu logitowego L_9 zostały wybrane za pomocą analizy krokowej postępującej (w ramach metodologii analizy logitowej). Z ekonomicznego punktu widzenia wyselekcjonowane zmienne opisują: płynność (zmienna R_{02}), zadłużenie (zmienna R_{11} i R_{13}) oraz rentowność (zmienna R_{16}) podmiotów gospodarczych. Wybrane wskaźniki wykorzystano następnie do zbudowania modelu logitowego, uzyskując następującą oszacowaną jego postać:

$$\hat{L}_9 = 1,8252 - 5,0364R_{11} - 0,8671R_{02} + 2,9880R_{13} - 5,4101R_{16} \quad (5.3)$$

Na podstawie wyników zamieszczonych w tabeli 5.17 można stwierdzić, że na przyjętym poziomie istotności (równym 0,05) wszystkie parametry modelu logitowego są statystycznie istotne.

Tabela 5.17. Wyniki testu Walda dla modelu logitowego L_9

Zmienna	Ocena parametru	Średni błąd szacunku	Statystyka Walda	Wartość p
Wyraz wolny	1,8252	0,4471	16,6661	0,0000
R_{11}	-5,0364	1,5988	9,9225	0,0016
R_{02}	-0,8671	0,2837	9,3431	0,0022
R_{13}	2,9880	1,0204	8,5743	0,0034
R_{16}	-5,4101	2,6303	4,2305	0,0397

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Oszacowany model logitowy posłużył do ustalenia jego mocy klasyfikacyjnych i predykcyjnych na dwa lata przed bankructwem (tab. 5.18). Wartość ogólnego błędu klasyfikacji przedsiębiorstw z grupy uczącej wynosi 25,68% i nieznacznie wzrasta (do poziomu 28,57%) w przypadku zbioru testowego. Analizując rozkład błędów w grupie bankrutów i niebankrutów, można zauważyć, że dla zbioru uczącego znacznie wyższą wartością odznacza się błąd drugiego rodzaju (32,43%) niż błąd pierwszego rodzaju (18,92%). Tę samą zależność przy rozkładzie błędów obserwujemy w przypadku drugiego zbioru (zbioru testowego). Wartości błędów kształtują się tutaj na zbliżonym poziomie do tych ze zbioru uczącego.

Tabela 5.18. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu L_9

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	81,08	60	14	81,63	40	9
Niebankrut	67,57	24	50	61,22	19	30
Razem	74,32	84	64	71,43	59	39

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie danych finansowych o 172 przedsiębiorstwach przetwórstwa przemysłowego z grupy uczącej uzyskano oszacowaną liniową funkcję dyskryminacyjną w postaci:

$$\hat{D}_9 = -0,0896 - 1,9909R_{11} + 1,2140R_{27}, \quad (5.4)$$

gdzie zmienne uwzględnione w tym modelu (R_{11} oraz R_{27}) wybrano za pomocą metody krokowej w przód w ramach analizy dyskryminacyjnej.

Otrzymany model dyskryminacyjny jest statystycznie istotny jako całość, gdyż lambda Wilksa przyjmuje wartość 0,7404, a odpowiadająca jej wartość statystyki F wynosi 29,6265, przy $p = 0,0000$. Uzyskane wartości cząstkowej lambda Wilksa (tab. 5.19) wskazują, że obie zmienne mają istotny wpływ w dyskryminację bankrutów i niebankrutów, przy czym zmienna należąca do grupy wskaźników zadłużenia (zmienna R_{11}) w większym stopniu przyczynia się w modelu do rozróżniania pomiędzy obiema klasami przedsiębiorstw.

Tabela 5.19. Charakterystyka elementów składowych liniowej funkcji dyskryminacyjnej D_9

Zmienna	Współczynniki standaryzowane	Cząstkowa lambda Wilksa	Statystyka F	Wartość p	Tolerancja
R_{11}	-0,8278	0,8301	34,5838	0,0000	0,9550
R_{27}	0,4122	0,9579	7,4332	0,0071	0,9550

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Analizując dane przedstawione w tabeli 5.20 widać, że w przypadku zarówno zbioru uczącego, jak i testowego występuje większa liczba błędnych klasyfikacji firm, które w rzeczywistości nie zbankrutowały. Wartości błędu drugiego rodzaju dla próby uczącej i testowej wynoszą odpowiednio 29,07% i 37,84%. Nastąpił zatem wzrost wartości tego błędu o 8,77 punktów procentowych. Z kolei wartość błędu pierwszego rodzaju, która dla próby uczącej wynosi 23,26%, w przypadku próby testowej zmalała do poziomu 18,92%.

Tabela 5.20. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu D_9

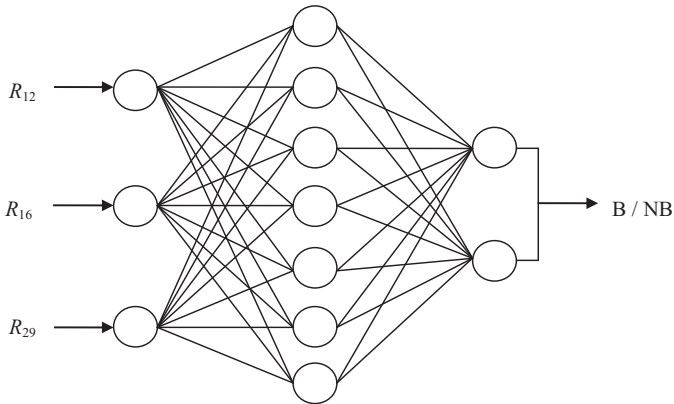
Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	76,74	66	20	81,08	30	7
Niebankrut	70,93	25	61	62,16	14	23
Razem	73,84	91	81	71,62	44	30

Źródło: opracowanie własne.

W trakcie realizacji wariantu badania W_3 uzyskano następujące modele o najwyższych zdolnościach prognostycznych (według przyjętego w anali-

zie kryterium): sieć neuronową SN_{11} , model logitowy L_{11} , liniową funkcję dyskryminacyjną D_5 , drzewo klasyfikacyjne DK_{11} . Z wyjątkiem liniowej funkcji dyskryminacyjnej, wszystkie pozostałe modele zostały zbudowane w oparciu o próbę losową (tj. przy wykorzystaniu techniki losowania niezależnego). Jedynie model D_5 powstał na bazie próby nielosowej, tj. próby będącej wynikiem dobierania przedsiębiorstw na zasadzie łączenia ich w pary. Warto też nadmienić, że dla każdego spośród czterech wymienionych modeli, podział próby na grupę uczącą oraz testową dokonano w proporcji 7:3.

Zastosowanie algorytmu CART doprowadziło do wyboru trzech zmiennych (R_{12} , R_{16} , R_{29}), które stanowiły trzy wejścia sieci neuronowej SN_{11} . Na rysunku 5.3 przedstawiono strukturę otrzymanej sieci. W warstwie ukrytej i wyjściowej sieci neuronowej SN_{11} jako funkcje przejścia zastosowano odpowiednio tangens hiperboliczny oraz funkcję softmax. Uczenie sieci odbywało się za pomocą algorytmu BFGS z wykorzystaniem entropii wzajemnej jako funkcji błędu. Optymalne rozwiązanie osiągnięto w 46. iteracji.



Rys. 5.3. Architektura sieci neuronowej SN_{11}

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.21 zawiera informacje dotyczące odsetka poprawnych klasyfikacji przedsiębiorstw ze zbioru uczącego i testowego. W przypadku podmiotów tworzących grupę uczącą można zauważyć takie same wartości błędów pierwszego i drugiego rodzaju (każdy z nich wynosi 11,36%). Dla zbioru testowego wartości tych błędów ulegają zmianie. Wartość błędu drugiego rodzaju wzrasta do 21,05%, natomiast błąd pierwszego rodzaju maleje do poziomu 0% (co oznacza stuprocentową trafność prognoz dla przedsiębiorstw upadłych). Warto też zauważyć, że wartość ogólnego błędu klasyfikacji kształtuje się na podobnym poziomie dla obu zbiorów.

Tabela 5.21. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu SN_{11}

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	88,64	39	5	100,00	19	0
Niebankrut	88,64	5	39	78,95	4	15
Razem	88,64	44	44	89,47	23	15

Źródło: opracowanie własne.

W oparciu o zbiór uczący, który utworzyło osiemdziesiąt osiem przedsiębiorstw, otrzymano następującą oszacowaną zlinearyzowaną postać modelu logitowego:

$$\hat{L}_{11} = 5,1560 - 8,8165R_{10} - 1,1540R_{14} - 0,1909R_{18} + 7,2012R_{28}, \quad (5.5)$$

przy czym zmienne, które pojawiają się w modelu, zostały wybrane przy wykorzystaniu metody krokowej wstecznej (w ramach analizy logitowej). Wyselekcjonowane wskaźniki finansowe reprezentują takie obszary, w oparciu o które dokonuje się oceny sytuacji finansowej przedsiębiorstw, jak: zadłużenie (R_{10} i R_{14}), rentowność (R_{18}) oraz sprawność działania (R_{28}).

Analiza rezultatów testu Walda zaprezentowanych w tabeli 5.22 pozwala wyciągnąć wniosek, że wszystkie parametry strukturalne modelu logitowego są statystycznie istotne na przyjętym w niniejszym badaniu poziomie istotności.

Tabela 5.22. Wyniki testu Walda dla modelu logitowego L_{11}

Zmienna	Ocena parametru	Średni błąd szacunku	Statystyka Walda	Wartość p
Wyraz wolny	5,1560	2,1087	5,9784	0,0145
R_{10}	-8,8165	3,0025	8,6221	0,0033
R_{14}	-1,1540	0,5280	4,7765	0,0289
R_{18}	-0,1909	0,0514	13,7948	0,0002
R_{28}	7,2012	3,4676	4,3127	0,0378

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Otrzymane zdolności klasyfikacyjne oraz prognostyczne dla oszacowanego modelu logitowego przedstawiono w tabeli 5.23. Podobnie jak to miało miejsce w sytuacji poprzednio opisanego modelu (sieci neuronowej SN_{11}), także i tu wartości błędów pierwszego i drugiego rodzaju dla zbioru uczącego są takie same i w przypadku charakteryzowanego modelu wynoszą po 18,18%. Dla zbioru testowego odsetek błędnych klasyfikacji bankru-

tów maleje do poziomu 15,79%, natomiast procent niepoprawnie zaklasyfikowanych niebankrutów wzrasta do 26,32%.

Tabela 5.23. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu L_{11}

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	81,82	36	8	84,21	16	3
Niebankrut	81,82	8	36	73,68	5	14
Razem	81,82	44	44	78,95	21	17

Źródło: opracowanie własne.

Zastosowanie metody krokowej wstecznej w ramach metodologii analizy dyskryminacyjnej doprowadziło do wyboru dwóch zmiennych. Były to wskaźniki R_{03} oraz R_{16} , które wykorzystano do oszacowania liniowej funkcji dyskryminacyjnej, uzyskując:

$$\hat{D}_5 = 0,7221 - 1,2883R_{03} - 3,1152R_{16}. \quad (5.6)$$

Wartość lambdy Wilksa dla powyższego modelu dyskryminacyjnego wynosi 0,8397 (odpowiadająca jej wartość statystyki F to 8,1147, przy $p = 0,0006$), co świadczy o statystycznej istotności uzyskanej funkcji. Wyniki zestawione w tabeli 5.24 wskazują, że obie zmienne są istotne oraz że wnoszą one w miarę zbliżony wkład do modelu w dyskryminację przedsiębiorstw upadłych oraz kontynuujących swą działalność. Ponadto zmienne R_{03} i R_{16} w bardzo małym stopniu są redundantne (bardzo wysoka wartość tolerancji).

Tabela 5.24. Charakterystyka elementów składowych liniowej funkcji dyskryminacyjnej D_5

Zmienna	Współczynniki standaryzowane	Częstkowa lambda Wilksa	Statystyka F	Wartość p	Tolerancja
R_{03}	-0,7515	0,9100	8,4092	0,0048	0,9942
R_{16}	-0,6048	0,9417	5,2626	0,0243	0,9942

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Dokonując analizy danych przedstawionych w tabeli 5.25, można zauważyć, że model dyskryminacyjny D_5 poprawnie klasyfikuje 3/4 firm ze zbioru uczącego zagrożonych upadłością. Odsetek poprawnych prognoz dla tej grupy przedsiębiorstw wzrasta do 84,21%. Cechą charakterystyczną otrzymanego modelu jest to, że odznacza się on bardzo niską, nieco ponad

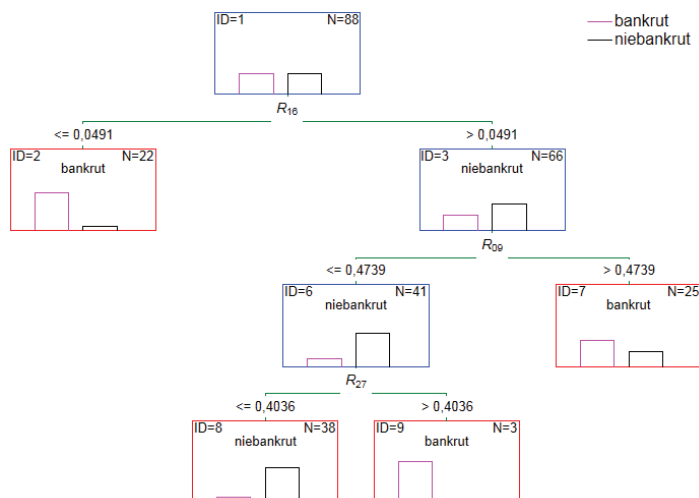
50-procentową skutecznością klasyfikacyjną firm „zdrowych” zarówno na zbiorze uczącym, jak i testowym.

Tabela 5.25. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu D_5

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	75,00	33	11	84,21	16	3
Niebankrut	52,27	21	23	52,63	9	10
Razem	63,64	54	34	68,42	25	13

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane za pomocą algorytmu CART drzewo klasyfikacyjne DK_{11} charakteryzuje się prostą budową, lecz może nieco bardziej złożoną w porównaniu do modeli DK_7 i DK_9 . Posiada ono cztery liście, trzy węzły wewnętrzne i jest głębokie na trzy poziomy. Strukturę tego binarnego drzewa przedstawiono na rysunku 5.4.



Rys. 5.4. Struktura drzewa klasyfikacyjnego DK_{11}

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu STATISTICA 10.

Przedstawione powyżej drzewo decyzyjne w sposób plastyczny uwiadacznia reguły decyzyjne rządzące klasyfikacją obiektów do zbioru bankrutów i niebankrutów. Rozważane drzewo klasyfikacyjne generuje dwie reguły decyzyjne, które dyskryminują przedsiębiorstwa. Poniżej podano treści reguł, jakie można odczytać w oparciu o rysunek 5.4.

Jeżeli

wskaźnik rentowności R_{16} nie przekroczy wartości 0,0491

lub

wskaźnik rentowności R_{16} przekroczy wartość 0,0491 i wskaźnik zadłużenia R_{09} przyjmie wartość wyższą niż 0,4739

lub

wskaźnik rentowności R_{16} przekroczy wartość 0,0491 i wskaźnik zadłużenia R_{09} przyjmie wartość nie większą niż 0,4739 i wskaźnik sprawności działania R_{27} przekroczy wartość 0,4036,

to

przedsiębiorstwo należy zaklasyfikować do grupy firm zagrożonych upadłością.

Jeżeli

wskaźnik rentowności R_{16} przekroczy wartość 0,0491 i wskaźnik zadłużenia R_{09} przyjmie wartość nie większą niż 0,4739 i wskaźnik sprawności działania R_{27} nie przekroczy wartości 0,4036,

to

przedsiębiorstwo należy zaklasyfikować do grupy firm kontynuujących swą działalność.

Skonstruowane drzewo klasyfikacyjne DK_{11} posłużyło do sprawdzenia jego zdolności klasyfikacyjnych i prognostycznych dla przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce na dwa lata przed bankructwem. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 5.26.

Tabela 5.26. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne modelu DK_{11}

Sytuacja rzeczywista	Sytuacja prognozowana					
	zbiór uczący			zbiór testowy		
	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut	poprawna klasyfikacja (w %)	bankrut	niebankrut
Bankrut	88,64	39	5	78,95	15	4
Niebankrut	75,00	11	33	89,47	2	17
Razem	81,82	50	38	84,21	17	21

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie rezultatów przedstawionych w powyższej tabeli można stwierdzić, że w zbiorze uczącym oraz testowym zauważalna jest asymetria błędów pierwszego i drugiego rodzaju. W przypadku próby uczącej występuje wyższa wartość błędu drugiego rodzaju (25,00%), podczas gdy w próbie testowej wyższą wartość przyjmuje błąd pierwszego rodzaju (21,05%). Warto też zauważyć, że odsetek błędnie zaklasyfikowanych przedsiębiorstw

ze zbioru uczącego wynosi 18,18% i nieznacznie maleje do poziomu 15,79% dla przedsiębiorstw ze zbioru testowego.

5.6. Wpływ postaci zastosowanego modelu, techniki doboru próby oraz podziału danych na zbiór uczący i testowy na zdolności predykcyjne otrzymanych modeli

Rankingi przedstawione w podrozdziałach 5.3 oraz 5.4 posłużyły do zbadania zależności pomiędzy zdolnościami prognostycznymi zbudowanych modeli a przyjętą postacią modelu, rodzajem zastosowanej metody doboru przedsiębiorstw do próby oraz proporcją, według której dokonano podziału próby na zbiór uczący i testowy.

Aby ocenić wpływ typu zastosowanych modeli na ich zdolności predykcyjne, wzięto pod uwagę dwanaście rankingów, jakie otrzymano w wyniku podziału sześciu już zbudowanych zestawień (zaprezentowanych w tab. 5.3-5.8) ze względu na stosunek, w którym dzielono próbę na część uczącą i testową. Podczas wyodrębniania nowych rankingów na bazie już istniejących, przydzielanie miejsc rankingowych poszczególnym modelom odbywało się według przyjętego w prowadzonym badaniu kryterium. Następnie zliczano ilość wystąpień modeli danego typu na poszczególnych miejscach. Liczbę wystąpień czterech typów modeli na określonych pozycjach w utworzonych rankingach dla trzech rozpatrywanych wariantów badania przedstawiono w tabeli 5.27.

Tabela 5.27. Liczba wystąpień modeli danego typu na poszczególnych pozycjach w otrzymanych rankingach

Wariant badania	Typ modelu	Miejsce w rankingu			
		pierwsze	drugie	trzecie	czwarte
W_1	<i>D</i>	0	2	2	0
	<i>L</i>	0	1	0	3
	<i>DK</i>	0	1	2	1
	<i>SN</i>	4	0	0	0
W_2	<i>D</i>	0	0	1	3
	<i>L</i>	0	0	3	1
	<i>DK</i>	1	3	0	0
	<i>SN</i>	3	1	0	0
W_3	<i>D</i>	0	2	1	1
	<i>L</i>	0	2	1	1
	<i>DK</i>	0	0	2	2
	<i>SN</i>	4	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie powyższych danych można zauważyć, że typem modelu, który najczęściej pojawia się na pierwszym miejscu wśród dwunastu otrzymanych rankingów, jest sieć neuronowa. Aż w 11 przypadkach plasuje się ona na szczycie utworzonych zestawień modeli. Tylko w jednym przypadku lepsze prognozy – w sensie przyjętego kryterium – daje drzewo klasyfikacyjne. Warto podkreślić, że w podejściu badawczym W_1 i W_3 sieć neuronowa jest najlepszą postacią modelu predykcji bankructwa firm, niezależnie od wykorzystanej metody doboru przedsiębiorstw do próby i zastosowanego podziału danych na grupę uczącą i testową.

Najgorszymi zdolnościami prognostycznymi w ramach dwóch pierwszych wariantów badania odznaczają się modele statystyczne. W przypadku scenariusza W_1 na cztery stworzone rankingi model logitowy aż trzykrotnie zajmuje ostatnie miejsce. Natomiast dla wariantu badania W_2 liniowa funkcja dyskryminacyjna również w trzech przypadkach na cztery zamyka sporządzone zestawienia modeli. Rozpatrując ostatnie podejście badawcze (W_3), należy odnotować, że najczęstszą postacią modelu o najniższych zdolnościach predykcyjnych jest drzewo klasyfikacyjne. Modele predykcji bankructwa firm tego typu w dwóch spośród czterech sporządzonych rankingów znajdują się na ostatnim miejscu.

Analizując wyniki zamieszczone w tabeli 5.27, można także zauważyć, że w dwóch przypadkach występują takie same rozkłady miejsc zajmowanych przez modele w rozważanych rankingach. Pierwsza taka sytuacja dotyczy liniowej funkcji dyskryminacyjnej i modelu logitowego w ramach trzeciego wariantu badawczego. Każdy z tych typów modeli plasuje się, wśród czterech otrzymanych rankingów w ramach scenariusza W_3 , na pierwszym, drugim, trzecim i czwartym miejscu odpowiednio następującą ilość razy: 0, 2, 1, 1. Z kolei druga sytuacja dotyczy modeli mających tę samą postać, lecz uzyskanych w innych wariantach badania. Są to sieci neuronowe otrzymane w podejściu badawczym W_1 i W_3 . Zajmują one zawsze pierwsze miejsce w ramach wspomnianych scenariuszy.

W celu dokonania oceny wpływu metody doboru przedsiębiorstw do próby na możliwości prognostyczne otrzymanych modeli, dokonywano porównań modeli parami otrzymanych w wyniku zastosowania metody parowania oraz losowania niezależnego. Podczas przeprowadzania tych porównań uwzględniano ten sam typ modelu, jednakowy podział próby (na część uczącą i testową) oraz taki sam wariant badania. Przykładowo, najlepsza sieć neuronowa w ramach wariantu badania W_1 , przy podziale danych na zbiór uczący i testowy w stosunku 6:4, uzyskana w wyniku zastosowania metody parowania (tj. model SN_1), została porównana z najlepszą siecią neuronową w ramach tego samego podejścia badawczego, przy takim samym podziale danych na część uczącą i testową, lecz uzyskaną w wyniku

doboru przedsiębiorstw do próby z wykorzystaniem losowania niezależnego (tj. z modelem SN_7).

Rozstrzyganie na korzyść danej techniki doboru przedsiębiorstw do próby odbywało się w oparciu o zdolności predykcyjne zestawianych ze sobą modeli, w myśl przywoływanego już kilkakrotnie przyjętego w niniejszym badaniu kryterium (tj. w pierwszej kolejności kierowano się wartością błędu pierwszego rodzaju, a w drugiej kolejności – wartością błędu drugiego rodzaju). Tabela 5.28 prezentuje wyniki dokonanych porównań dwudziestu czterech par modeli. W jej ostatniej kolumnie ujęto dodatkowo wykaz tych modeli, które zwyciężyły podczas przeprowadzonego porównania.

Okazuje się, że wśród dokonanych zestawień par modeli aż w dwudziestu przypadkach uzyskano wskazanie na korzyść losowania niezależnego. Uwzględniając rodzaj zastosowanego podziału próby w ramach poszczególnych wariantów badawczych, w żadnej z sześciu możliwych sytuacji metoda parowania nie okazuje się lepsza względem losowania niezależnego w grupie czterech rozpatrywanych typów modeli, biorąc pod uwagę zdolności prognostyczne porównywanych par modeli. Jedynie dla wariantu badania W_1 przy podziale próby na zbiór uczący i testowy w stosunku 6:4, metoda parowania dorównuje losowej technice doboru przedsiębiorstw do próby, reprezentowanej przez losowanie ze zwracaniem. W tej sytuacji na korzyść obu technik doboru przedsiębiorstw do próby przemawiają po dwa zwycięskie porównania modeli. W pozostałych pięciu przypadkach, w grupie czterech typów rozważanych modeli, otrzymane wyniki wskazują na korzyść zastosowania losowania niezależnego.

Tabela 5.28. Rezultaty porównań par modeli ze względu na metodę doboru firm do próby

Wariant badania	Typ podziału	Liczba porównań	Wynik porównania par modeli	Zwycięskie modele
W_1	6:4	2	na korzyść losowania niezależnego	SN_7, DK_7
		2	na korzyść parowania	D_1, L_1
	7:3	4	na korzyść losowania niezależnego	SN_8, D_7, DK_8, L_7
		0	na korzyść parowania	brak
W_2	6:4	4	na korzyść losowania niezależnego	$DK_9, SN_{10}, L_9, D_{10}$
		0	na korzyść parowania	brak
	7:3	4	na korzyść losowania niezależnego	$SN_9, DK_{10}, D_9, L_{10}$
		0	na korzyść parowania	brak
W_3	6:4	3	na korzyść losowania niezależnego	SN_{12}, D_{11}, DK_{12}
		1	na korzyść parowania	L_6
	7:3	3	na korzyść losowania niezależnego	SN_{11}, L_{11}, DK_{11}
		1	na korzyść parowania	D_5

Źródło: opracowanie własne.

Warto też zauważyć, na podstawie informacji zawartych w tabeli 5.28, że ilekroć podczas zestawiania par modeli zwycięskie okazywały się te, które oszacowano na podstawie próby uzyskanej przy wykorzystaniu metody parowania, to miało to miejsce wyłącznie w przypadku takich postaci modeli predykcji bankructwa firm, jak modele logitowe (L_1, L_6) i dyskryminacyjne (D_1, D_5). Z kolei zestawienia, w których zwyciężały modele zbudowane na bazie próby losowej, dotyczyły nie tylko obu typów rozważanych w badaniu modeli statystycznych, tj. modeli logitowych (L_7, L_9, L_{10}, L_{11}) i liniowych funkcji dyskryminacyjnych (D_7, D_{10}, D_9, D_{11}), ale także wszystkich uzyskanych modeli w postaci drzew klasyfikacyjnych oraz sieci neuronowych.

Podobne zestawienie do przedstawionych w tabeli 5.28 wyników porównywania par modeli zaprezentowano także w tabeli 5.29. Tym razem posłużyło ono do sprawdzenia zależności pomiędzy rodzajem zastosowanego podziału próby na zbiór uczący i testowy a zdolnościami prognostycznymi otrzymanych modeli. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że idea porównywania modeli predykcji upadłości przedsiębiorstw była taka sama, jak w przypadku badania wpływu techniki doboru firm do próby na zdolności prognostyczne modeli. Porównań modeli dokonywano zatem w ramach: tego samego ich rodzaju, jednakowej metody doboru przedsiębiorstw do próby, tego samego wariantu badania, lecz innej proporcji, w której podzielono dane na grupę uczącą i testową.

Tabela 5.29. Rezultaty porównań par modeli ze względu na stosunek, w jakim dokonano podziału próby na zbiór uczący i testowy

Technika doboru próby	Wariant badania	Liczba porównań	Wynik porównania par modeli	Zwycięskie modele
Metoda parowania	W_1	4	na korzyść podziału 6:4	SN_1, D_1, DK_1, L_1
		0	na korzyść podziału 7:3	brak
	W_2	3	na korzyść podziału 6:4	SN_3, DK_3, L_3
		1	na korzyść podziału 7:3	D_3
	W_3	1	na korzyść podziału 6:4	DK_5
		3	na korzyść podziału 7:3	SN_5, L_5, D_5
Losowanie niezależne	W_1	2	na korzyść podziału 6:4	SN_7, DK_7
		2	na korzyść podziału 7:3	D_7, L_7
	W_2	2	na korzyść podziału 6:4	DK_9, L_9
		2	na korzyść podziału 7:3	SN_9, D_9
	W_3	1	na korzyść podziału 6:4	D_{11}
		3	na korzyść podziału 7:3	SN_{11}, L_{11}, DK_{11}

Źródło: opracowanie własne.

Analizując wyniki przedstawione w tabeli 5.29, można zauważyć, że liczba zwycięskich porównań dla obu rozważanych w badaniu podziałów

próby jest bardzo zbliżona. Na dwadzieścia cztery dokonane zestawienia modeli, w trzynastu przypadkach lepszym – z punktu widzenia uzyskanych prognoz – okazał się podział danych w stosunku 6:4, natomiast w pozostałych jedenastu przypadkach – podział w proporcji 7:3. Patrząc na uzyskane liczby porównań na korzyść dwóch podziałów dla poszczególnych scenariuszy badania, rozkład otrzymanych wyników jest bardziej zbliżony do rozkładu równomiernego w przypadku budowania modeli na podstawie prób powstałych przy wykorzystaniu losowania niezależnego. W tej sytuacji, w gronie czterech rozważanych w analizie postaci modeli predykcji bankructwa firm, podziały 6:4 i 7:3 okazały się tak samo dobre w ramach wariantu W_1 i W_2 . W przypadku podejścia badawczego W_3 uzyskane wyniki wskazują na korzyść podziału próby w stosunku 7:3.

Dla modeli szacowanych na podstawie próby nielosowej (tj. powstałej w wyniku zastosowania metody parowania), dokonany jej podział w proporcji 6:4 był zdecydowanie lepszy od podziału w stosunku 7:3 w ramach wariantu badawczego W_1 . W przypadku dwóch pozostałych scenariuszy badania, w grupie rozważanych typów modeli, nieznacznie lepszym podziałem dla wariantu W_2 jest podział próby na część uczącą i testową w stosunku 6:4, a dla wariantu W_1 – podział w proporcji 7:3. Sprawą otwartą pozostaje badanie efektywności prognostycznej modeli przy bardziej zróżnicowanej proporcji pomiędzy zbiorem uczącym a testowym.

5.7. Uwagi końcowe

Rezultaty uzyskane w wyniku przeprowadzonego badania empirycznego pozwalają autorom na wyciągnięcie następujących wniosków. Spośród czterech rozważanych postaci modeli predykcji bankructwa firm najlepszą trafnością uzyskanych prognoz odznaczają się sieci neuronowe. Co więcej, sposób doboru przedsiębiorstw do próby wpływa na zdolności prognostyczne zbudowanych modeli. Zdecydowanie lepsze prognozy zapewniły modele, które powstały na gruncie próby losowej, uzyskanej w wyniku zastosowania losowania niezależnego podczas doboru przedsiębiorstw do próby. Powszechnie stosowana w tym zakresie nielosowa metoda kojarzenia przedsiębiorstw parami nie przyczyniła się w przeprowadzonej analizie do utworzenia modeli o lepszych zdolnościach predykcyjnych. Ponadto trudno jest jednoznacznie stwierdzić, który sposób podziału próby na część uczącą i testową zapewnia uzyskanie modeli o lepszych zdolnościach prognostycznych; czy jest to podział próby w stosunku 6:4, czy może jednak 7:3.

Należy wyraźnie zaznaczyć, iż autorzy mają świadomość pewnych ograniczeń wynikających z przyjętych w przeprowadzonym badaniu założeń, które bezpośrednio wpłynęły na sformułowane powyżej wnioski końcowe. Można w tym miejscu wspomnieć niektóre z nich. Po pierwsze,

podczas wyboru modeli o najwyższych zdolnościach predykcyjnych opierano się na dziesięciu oszacowanych modelach dla danego wariantu badania, przy zastosowaniu danej metody doboru firm do próby i danego podziału próby na część uczącą i testową, które spełniały określone warunki, przedstawione w podrozdziale zawierającym opis procedury badawczej. Oczywiście, można było rozważyć generowanie modeli do momentu uzyskania więcej niż dziesięciu modeli danego typu spełniających przyjęte warunki. Po drugie, wybór najlepszych modeli prognostycznych z grona oszacowanych odbywał się wedle ściśle przyjętego kryterium. Najpierw kierowano się maksymalizacją wartości sprawności pierwszego rodzaju, a w drugiej kolejności maksymalizacją wartości sprawności drugiego rodzaju. Ta sama reguła znalazła swoje zastosowanie podczas tworzenia rankingów i porównywania par modeli. Pomimo że w przeprowadzonej analizie można było wykorzystać inne kryteria, nie ulega wątpliwości fakt, iż z punktu widzenia instytucji kredytowych ważniejszą rolę odgrywa sprawność pierwszego rodzaju niż sprawność drugiego rodzaju. Po trzecie, przeprowadzoną analizę można było rozszerzyć poprzez włączenie do niej: większej liczby innych typów modeli, odmiennych od zastosowanych w badaniu podziałów danych na zbiór uczący i testowy, innych technik wyboru zmiennych do modelu czy chociażby innej metody doboru przedsiębiorstw do próby.

Przedstawione w niniejszym rozdziale empiryczne badania porównawcze rzucają światło na efektywność prognostyczną stosowanych w praktyce modeli predykcji bankructwa firm. Wśród badaczy tych zagadnień istnieje często przywiązanie do pewnych typów modeli lub wręcz pewność co do ich najwyższej efektywności, bez prowadzenia badań porównawczych. Zaprezentowane tutaj wyniki wskazują, że na efektywność klasyfikacji wpływa wiele czynników, a nie tylko typ przyjętego modelu i nie można tutaj sformułować żadnych ogólnych reguł. Pozostaje jednak faktem, że nieparametryczne metody data mining i nauczania maszynowego z reguły lepiej sprawdzają się jako narzędzie klasyfikacji obiektów ekonomicznych.

Decydującym czynnikiem świadczącym o przydatności danego modelu jest jego stabilność. Zdolność prognostyczna zbudowanych modeli była sprawdzana na zbiorze testowym, który był podpróbą wybranej próby. Powstaje pytanie, jaka będzie zdolność do poprawnej klasyfikacji danych pochodzących z innej próby niż testowa, jednak wybranej z populacji firm tego samego sektora gospodarki i tego samego okresu. Innym zagadnieniem jest badanie efektywności i stabilności modeli predykcji bankructwa w zmieniającym się otoczeniu, którego wyrazem jest koniunktura gospodarcza. Tym problemom poświęcony został następny rozdział niniejszej pracy.

ROZDZIAŁ VI

MODEL LOGITOWY ZE ZMIENNYMI SZTUCZNYMI W PROGNOZOWANIU BANKRUCTWA PRZEDSIĘBIORSTW W ZMIENIAJĄCEJ SIĘ KONIUNKTURZE GOSPODARCZEJ

6.1. Uwagi wstępne

W prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw wykorzystuje się modele, w tym model logitowy, budowane na podstawie danych pobranych ze sprawozdań finansowych przedsiębiorstw „zdrowych” i „bankrutów”. Dane finansowe pochodzą bardzo często z kilku lat. Łączenie danych dotyczących różnych lat jest spowodowane najczęściej brakiem możliwości zebrania dostatecznie dużego zbioru danych dla jednego roku. Zakłada się tym samym brak heteroskedastyczności i autokorelacji składnika losowego modelu.

W literaturze przedmiotu można znaleźć rozważania dotyczące problemów pojawiających się przy budowaniu modeli dla binarnej zmiennej zależnej (w tym modelu logitowego) na podstawie danych pochodzących z różnych okresów (np. [Beck, Katz i Tucker 1998]). W pracach dotyczących tego zagadnienia proponuje się zastępowanie tradycyjnych modeli statycznych (np. *single-period logit model*) modelami uwzględniającymi zmiany w czasie obserwowanych wartości (np. *multi-period logit model*) (np. [Chava i Jarow 2004; De Leonardis i Rocci 2008; De Leonardis i Rocci 2013; Shumway 2001]).

Celem badań związanych z przewidywaniem zagrożenia upadłością przedsiębiorstw jest m.in. zbudowanie modelu charakteryzującego się dobrą jakością prognostyczną. Bazując na danych, które odzwierciedlają sytuację finansową przedsiębiorstw w różnych latach, i – co za tym idzie – przy różnym stanie koniunktury gospodarczej w danym kraju, powstaje pytanie: czy model z ocenami parametrów uzyskanymi bez uwzględniania zmian w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstw może być podstawą wiarygodnego przewidywania bankructwa? Odpowiedź na to pytanie nie jest prosta. Wśród potencjalnych źródeł błędów występujących przy prognozowaniu

bankructwa wymienia się przecież niestabilną naturę badanej populacji (zob. wstęp). Można także rozważać stabilność mechanizmów ekonomicznych, o których była mowa w podrozdziale 3.5.

Modele prezentowane w literaturze z zakresu prognozowania bankructwa przedsiębiorstw są budowane przede wszystkim w oparciu o dane pochodzące z kilku lat, a ich przydatność dla prognozowania zagrożenia upadłością jest wykazywana zgodnie z przyjętym przez autorów kryterium. Część modeli znajduje zastosowanie w praktyce przez kilka lat następujących po okresie uwzględnionym w próbie badawczej. Czy zatem zagrożenie bankructwem nie zależy od ogólnokrajowej sytuacji gospodarczej? Czy model oszacowany na podstawie danych finansowych z lat dobrej koniunktury gospodarczej zachowuje zdolność prognostyczną w latach złej koniunktury gospodarczej?

Analizując modele prezentowane w literaturze przedmiotu, które były szacowane na podstawie danych pochodzących z różnych okresów, można zauważyć ich zróżnicowanie pod względem zbioru wskaźników finansowych wykorzystanych w modelach i ocen parametrów stojących przy danym wskaźniku, ale w różnych modelach. Obserwowane zróżnicowanie może być spowodowane m.in. innym stanem koniunktury w okresie, z którego pochodziły dane finansowe. Można przypuszczać, że model zbudowany w oparciu o dane pochodzące z okresu dobrej (złej) koniunktury zachowuje zdolność do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w latach dobrej (złej) koniunktury. Trudno jednak zakładać, że taki model będzie trafnie przewidywał zagrożenie upadłością przedsiębiorstw w czasach innej koniunktury niż ta, którą obserwowano w czasie pobierania próby.

Celem rozważań zaprezentowanych w niniejszym rozdziale jest zarówno dyskusja na temat możliwości wprowadzenia czynnika czasu do modeli prognozowania bankructwa, który reprezentowałby zmiany w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstw, jak i prezentacja wyników empirycznych uzyskanych po zastosowaniu zaproponowanych modyfikacji modelu logitowego¹¹.

W czasach globalnego kryzysu finansowego na znaczeniu zyskuje pytanie badawcze, jak wprowadzić czynnik czasu do modelu prognozowania bankructwa przedsiębiorstw, który będzie odzwierciedlał zmiany zachodzące w gospodarce danego kraju? Wprowadzenie do modelu logitowego, służącego do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw, czynnika czasu, który reprezentuje zmiany w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstw jest próbą dynamizacji modelu logitowego.

¹¹ Wstępne wyniki badań empirycznych zaprezentowano na międzynarodowej konferencji „Second European Conference on Data Analysis (ECDA 2014)”, 2-4 lipca 2014, w Bremen (Niemcy) w referacie: J. Pocięcha, B. Pawełek, M. Baryła [2014], *Dynamic Aspects of Bankruptcy Prediction Models*.

6.2. Propozycje rozszerzenia tradycyjnego modelu logitowego wykorzystywanego do przewidywania upadłości przedsiębiorstw w Polsce

Próbę dynamizacji modelu prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w Polsce podjęto dla modelu logitowego. Model ten można zapisać w postaci:

$$P(y_i = \text{bankrut} | \mathbf{x}_i) = \frac{\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}, \quad (6.1)$$

gdzie:

\mathbf{x}_i – wektor wartości zmiennych niezależnych dla obiektu i -tego,

$\boldsymbol{\beta}$ – wektor parametrów.

Założono, że stan koniunktury gospodarczej w danym kraju ma wpływ na sytuację finansową przedsiębiorstw. Ocena kondycji finansowej przedsiębiorstw jest z kolei oparta na wartościach wskaźników finansowych. Wskaźniki te są zatem podstawą budowania modeli prognozowania bankructwa. Zmiany wartości wskaźników finansowych są w części spowodowane zmianami w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstwa (np. zmianami koniunktury). Założono także, że znaczenie wskaźników finansowych dla przewidywania upadłości przedsiębiorstw zmienia się w zależności od stanu gospodarki. Przyjęto zatem, że informacja dotycząca roku, z którego pochodzi sprawozdanie finansowe, jest łącznikiem między wskaźnikami finansowymi a koniunkturą gospodarczą.

Głównym celem zaprezentowanej propozycji metodologicznej, polegającej na wykorzystaniu interakcji między zmiennymi jakościowymi (zmiennymi binarnymi identyfikującymi lata, z których pochodzą dane finansowe) a zmiennymi ilościowymi (wskaźnikami finansowymi) w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w Polsce, jest przezwycięzenie niektórych trudności występujących w modelowaniu zagrożenia upadłością przedsiębiorstw z wykorzystaniem metod tradycyjnych. Podobne próby dynamizacji modeli służących do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw można znaleźć w literaturze przedmiotu. Przykładami są modele przygotowane dla gospodarki włoskiej na podstawie danych z lat 1995-1998 [De Leonardis i Rocci 2008] oraz lat 1999-2005 [De Leonardis i Rocci 2013].

Poszukując możliwości wprowadzenia czynnika czasu do modelu logitowego przyjęto, że kryterium oceny przydatności danej propozycji metodologicznej będzie – zgodnie z metodyką przyjętą w rozdziale piątym – przede wszystkim miernik sprawności pierwszego rodzaju (SP I) obliczony dla modelu na podstawie próby testowej.

Rozważono trzy rozwiązania:

- wariant I: konstruowanie modeli dla każdego roku oddzielnie,
- wariant II: wprowadzenie zmiennych zero-jedynkowych postaci:

$$Y^t = \begin{cases} 1 & \text{gdy rok} = t \\ 0 & \text{gdy rok} \neq t \end{cases} \quad \left(t = \begin{cases} 2007, 2008, 2009 & \text{dla } W_1 \\ 2006, 2007, 2008 & \text{dla } W_2 \end{cases} \right), \quad (6.2)$$

identyfikujących rok, z którego pochodzi sprawozdanie finansowe,

- wariant III: wprowadzenie zarówno zmiennych zero-jedynkowych identyfikujących rok, z którego pochodzi sprawozdanie finansowe, jak i zmiennych jakościowo-ilościowych postaci:

$$R_i^t = \begin{cases} R_i & \text{gdy rok} = t \\ 0 & \text{gdy rok} \neq t \end{cases} \quad \left(i = 01, \dots, 33; t = \begin{cases} 2007, 2008, 2009 & \text{dla } W_1 \\ 2006, 2007, 2008 & \text{dla } W_2 \end{cases} \right), \quad (6.3)$$

które odzwierciedlają zmieniające się w czasie znaczenie wskaźników finansowych dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw.

Zmienne zero-jedynkowe Y^t i zmienne jakościowo-ilościowe R_i^t są nazywane zmiennymi sztucznymi [Maddala 2008, s. 349-359].

Powyższe warianty wiążą się z określonymi problemami praktycznymi. W przypadku wariantu I napotkano na problem małej liczby „bankructów”, których można było rozważać w poszczególnych latach. Natomiast zastosowanie wariantu II oznaczało, że możliwe było obserwowanie wpływu czynnika czasu tylko na wyraz wolny modelu. Ostatecznie zdecydowano się wykorzystać trzecią propozycję rozwiązania problemu, umożliwiającą oddziaływanie zarówno na wyraz wolny modelu, jak i na współczynniki stojące przy zmiennych objaśniających modelu logitowego. W dalszej części rozdziału zaprezentowano wyniki badań empirycznych opartych na wariantie III.

6.3. Weryfikacja empiryczna przydatności modelu logitowego ze zmiennymi sztucznymi dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w Polsce

Zasadniczą weryfikację empiryczną użyteczności rozszerzenia tradycyjnego modelu logitowego, służącego do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce, o zmienne sztuczne przeprowadzono na zbilansowanej próbie 246 przedsiębiorstw (wariant badania W_2 omówiony w rozdziale piątym). Próba była zbudowana metodą parowania. „Bankruci” byli opisani wartościami wskaźników finansowych sprzed dwóch lat w stosunku do roku ogłoszenia upadłości. W analizie

uwzględniono 33 wskaźniki finansowe R_{01} - R_{33} . Zbiór przedsiębiorstw został podzielony na próbę uczącą (60%) i testową (40%).

Wybór próby był podyktowany tym, że we wcześniejszych badaniach, opartych na próbach parowanych w ramach wariantu W_2 , najlepszy spośród tradycyjnych modeli logitowych był zbudowany na tej próbie (tab. 5.4). Uzyskano wówczas następujące wyniki dla próby testowej: SP I – 77,55% (tj. 38 spośród 49 „bankrutów”), SP II – 69,39% (tj. 34 spośród 49 przedsiębiorstw „zdrowych”) i SP – 73,47% (tj. 72 spośród 98 przedsiębiorstw ogółem). Celem przeprowadzonych badań było sprawdzenie, czy włączenie zmiennych sztucznych do modelu logitowego może prowadzić do poprawy jakości prognostycznej modelu, mierzonej przede wszystkim sprawnością pierwszego rodzaju na podstawie próby testowej.

Analizy były przeprowadzone dla każdego wskaźnika finansowego osobno, dla czterech grup wskaźników oraz dla wszystkich wskaźników razem. Wyniki uzyskane dla dwóch ostatnich podejść zostały zaprezentowane w niniejszym podrozdziale. Modele logitowe były budowane z wykorzystaniem metody krokowej wstecznej.

Bazując tylko na wskaźnikach płynności, zbudowano model metodą krokową wsteczną, w którym pozostały wskaźniki R_{03} i R_{04} (tab. 6.1).

Tabela 6.1. Model logitowy oszacowany na podstawie wskaźników płynności

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p-value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	0,303	0,210	1,44	0,150	(-0,110, 0,715)
R_{03}	-1,150	0,562	-2,05	0,041	(-2,251, -0,049)
R_{04}	-1,332	0,605	-2,20	0,028	(-2,517, -0,146)

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Model logitowy oszacowany na podstawie wartości wskaźników płynności charakteryzował się takim samym poziomem sprawności pierwszego rodzaju dla próby testowej (SP I – 77,55%, tab. 6.2), jak model $L_3(R_{11}, R_{12})$ zaprezentowany w rozdziale piątym (tab. 5.4). Niestety, sprawność drugiego rodzaju i ogólna dla próby testowej (SP II – 55,10%, SP – 66,33%) były niższe niż dla modelu $L_3(R_{11}, R_{12})$ (tab. 6.2).

Tabela 6.2. Zdolność prognostyczna modelu logitowego oszacowanego na podstawie wskaźników płynności

Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	57	35	92	B	38	22	60
NB	17	39	56	NB	11	27	38
Razem	74	74	148	Razem	49	49	98

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Włączenie do modelu zmiennych zero-jedynkowych i zmiennych jakościowo-ilościowych umożliwiło zbudowanie modelu lepszego pod względem przyjętego kryterium niż model $L_3(R_{11}, R_{12})$. Oszacowany model (tab. 6.3) wskazywał na szczególne znaczenie wartości wskaźników płynności z 2007 roku dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w 2009 roku z dwuletnim wyprzedzeniem. Sprawność prognostyczna modelu $L_3^1(R_{04}, R_{03}^{2007}, R_{04}^{2007})$ dla próby testowej kształtowała się na poziomie, odpowiednio: SP I – 83,67%, SP II – 73,47%, SP – 78,57% (tab. 6.4).

Tabela 6.3. Model logitowy L_3^1 oszacowany na podstawie wskaźników płynności i zmiennych sztucznych

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p-value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	0,225	0,203	1,11	0,268	(-0,173, 0,624)
R_{04}	-3,874	1,156	-3,35	0,001	(-6,139, -1,609)
R_{03}^{2007}	-1,222	0,664	-1,84	0,066	(-2,524, 0,081)
R_{04}^{2007}	3,524	1,371	2,57	0,010	(0,837, 6,210)

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Tabela 6.4. Zdolność prognostyczna modelu logitowego L_3^1 oszacowanego na podstawie wskaźników płynności i zmiennych sztucznych

Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	57	27	84	B	41	13	54
NB	17	47	64	NB	8	36	44
Razem	74	74	148	Razem	49	49	98

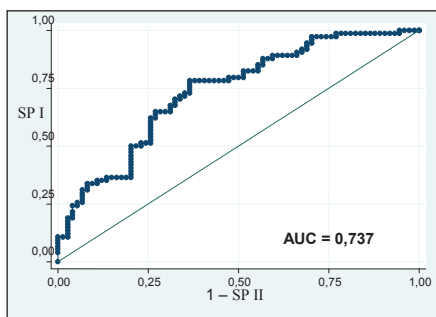
Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Do graficznej prezentacji skuteczności klasyfikacyjnej zmodyfikowanych modeli logitowych wykorzystano krzywą ROC (*Receiver Operating Characteristic*) (zob. np. [Birdsall 1973; Harańczyk 2010; Sagan 2011;

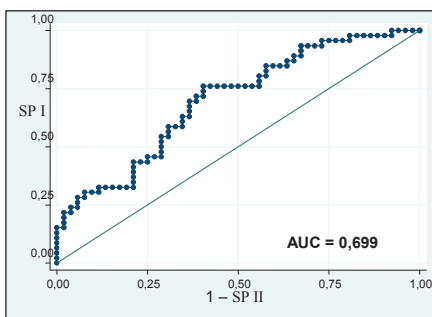
Stein 2005]). Krzywa ROC jest przedstawiana w kwadracie o powierzchni równej 1. Na osi poziomej zaznaczane są wartości równe dopełnieniu do jedynki wartości miernika sprawności drugiego rodzaju (SP II) modelu, nazywanego także specyficzność/swoistość (ang. *specificity*) modelu. Na osi pionowej z kolei znajdują się wartości miernika sprawności pierwszego rodzaju (SP I) modelu, noszącego również nazwę wrażliwość/czułość (ang. *sensitivity*) modelu. Punkty na krzywej ROC mają zatem współrzędne odpowiadające dopełnieniu do jedynki wartości miernika SP II i wartości miernika SP I modelu dla różnych punktów odcięcia.

W analizie krzywej ROC ważną rolę pełni pole powierzchni obszaru pod krzywą AUC (*Area Under Curve*), wykorzystywane jako miernik skuteczności klasyfikacyjnej modelu. Wartość tego miernika na poziomie 0,5 oznacza, że skuteczność klasyfikacyjna rozważanego modelu odpowiada losowemu przyporządkowaniu obiektów do grup. Z kolei wartość 1 wskazuje na doskonałą skuteczność klasyfikacyjną analizowanego modelu.

Skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego L_3^1 dla próby testowej była na zadowalającym poziomie (AUC = 0,699), chociaż niższym niż dla próby uczącej (AUC = 0,737) (rys. 6.1 i 6.2). Dla porównania, wartość miernika AUC dla modelu $L_3(R_{11}, R_{12})$ obliczona na podstawie próby testowej wynosiła 0,806. Model logitowy ze zmiennymi sztucznymi L_3^1 miał zatem mniejszą skuteczność klasyfikacyjną (mierzoną AUC), niż odpowiadający mu model tradycyjny L_3 .

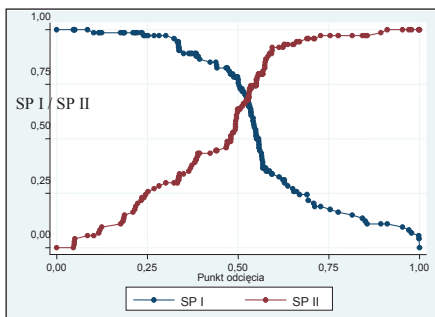


Rys. 6.1. Krzywa ROC dla modelu L_3 na podstawie próby uczącej
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



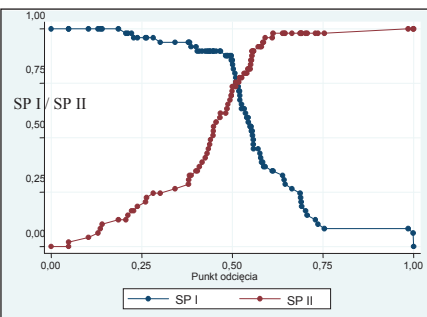
Rys. 6.2. Krzywa ROC dla modelu L_3^1 na podstawie próby testowej
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Wykresy zamieszczone na rysunkach 6.3 i 6.4 wskazują na to, że przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało poszukiwaniu podziału przedsiębiorstw, który odpowiadałby założeniu o równych „kosztach” społeczno-ekonomicznych złego zaklasyfikowania zarówno „bankruta”, jak i przedsiębiorstwa „zdrowego”.



Rys. 6.3. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_3^1 na podstawie próby uczącej

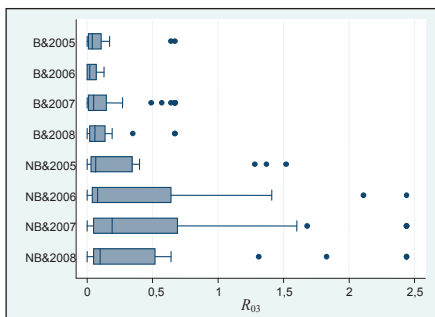
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.4. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_3^1 na podstawie próby testowej

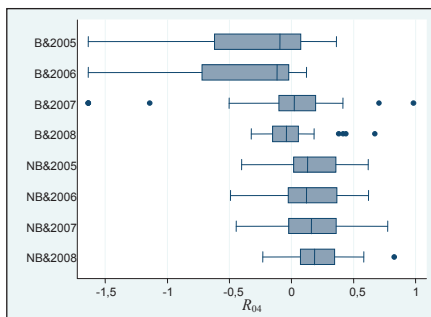
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Na wykresach ramka-wąsy zamieszczonych na rysunkach 6.5 i 6.6 można zauważyć, że wartości wskaźników płynności R_{03} i R_{04} w grupie „bankrutów” w 2007 roku różniły się od wartości występujących w pozostałych badanych latach. W przypadku wskaźnika R_{04} obserwujemy także, że wartości w grupie „bankrutów” w 2007 roku są mniej oddalone od wartości odnotowanych dla przedsiębiorstw „zdrowych” niż ma to miejsce w latach 2005, 2006 i 2008.



Rys. 6.5. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{03} w badanej próbie

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.6. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{04} w badanej próbie

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Model bazujący tylko na wskaźnikach zadłużenia, uzyskany metodą krokową wsteczną (w modelu pozostały wskaźniki R_{05} i R_{11}), charakteryzował się mniejszą sprawnością pierwszego rodzaju i ogólną dla próby testowej (SP I – 65,31%, SP II – 75,51%, SP – 70,41%) niż model L_3 (R_{11} , R_{12}). Włączenie do modelu zmiennych zero-jedynkowych i zmiennych jakościowo-ilościowych nie doprowadziło do zbudowania modelu lepszego niż model

$L_3(R_{11}, R_{12})$. Sprawność prognostyczna modelu $L_3^2(R_{05}, R_{11}, R_{11}^{2008}, R_{13}^{2008})$ dla próby testowej kształtowała się na poziomie, odpowiednio: SP I – 65,31%, SP II – 77,55%, SP – 71,43%. Na podstawie oszacowanego modelu L_3^2 można przypuszczać, że dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w 2010 roku z dwuletnim wyprzedzeniem duże znaczenie miały wartości wskaźników zadłużenia z 2008 roku.

W przypadku budowy modelu bazującego tylko na wskaźnikach rentowności otrzymano – metodą krokową wsteczną – model zawierający wskaźnik R_{21} i charakteryzujący się m.in. sprawnością pierwszego rodzaju mniejszą niż 50%. Wynik ten dyskwalifikował model zgodnie z przyjętą metodyką opisaną w rozdziale piątym. Włączenie do modelu zmiennych zero-jedynkowych i zmiennych jakościowo-ilościowych nie doprowadziło do zbudowania modelu lepszego (w sensie przyjętego kryterium) niż model $L_3(R_{11}, R_{12})$. Sprawność prognostyczna modelu $L_3^3(R_{17}, R_{22}, R_{22}^{2008})$ dla próby testowej kształtowała się na poziomie, odpowiednio: SP I – 51,02%, SP II – 87,76%, SP – 69,39%. W przypadku wskaźników rentowności, podobnie jak dla wskaźników zadłużenia, model L_3^3 wskazał na ważną rolę tych wskaźników przy prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w 2010 roku z dwuletnim wyprzedzeniem.

Sytuację podobną do zaobserwowanej dla grupy wskaźników zadłużenia odnotowano dla wskaźników sprawności działania. Model uzyskany metodą krokową wsteczną tylko na podstawie tych wskaźników zawierał zmienne R_{30} , R_{31} i R_{33} . Sprawność prognostyczna modelu dla próby testowej kształtowała się na poziomie, odpowiednio: SP I – 55,10%, SP II – 71,43%, SP – 63,27%. Włączenie do modelu zmiennych zero-jedynkowych i zmiennych jakościowo-ilościowych także w tym przypadku nie doprowadziło do zbudowania modelu lepszego niż model $L_3(R_{11}, R_{12})$. Sprawność prognostyczna modelu $L_3^4(R_{28}, R_{29}, R_{33}, Y^{2007}, R_{28}^{2007}, R_{29}^{2007}, R_{33}^{2007}, R_{30}^{2006})$ dla próby testowej kształtowała się na poziomie, odpowiednio: SP I – 51,02%, SP II – 75,51%, SP – 63,27%. Model L_3^4 wskazywał na znaczenie wskaźników odzwierciedlających sprawność działania dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw z dwuletnim wyprzedzeniem przede wszystkim w 2009 roku, ale także w 2008 roku.

Poszukiwanie modelu prognostycznego wstępnie opartego na wskaźnikach ze wszystkich czterech grup oraz zmiennych zero-jedynkowych i zmiennych jakościowo-ilościowych doprowadziło do zbudowania modelu L_3^5 , w którym pozostały zmienne R_{12} i R_{20}^{2008} , informujące o poziomie zadłużenia i rentowności przedsiębiorstwa (tab. 6.5). Jakość prognostyczna tego modelu, mierzona sprawnością pierwszego rodzaju (SP I – 85,71%), była najwyższa spośród rozważanych modeli, tj. $L_3(R_{11}, R_{12})$ z rozdziału piątego i $L_3^1(R_{04}, R_{03}^{2007}, R_{04}^{2007})$ (tab. 6.3). Jednak sprawność drugiego rodzaju (SP II

– 59,18%) i sprawność ogólna (SP – 72,45%) były niższe niż w przypadku obu wspomnianych modeli (tab. 6.6).

Tabela 6.5. Model logitowy L_3^5 oszacowany na podstawie wskaźników płynności, zadłużenia, rentowności, sprawności działania i zmiennych sztucznych

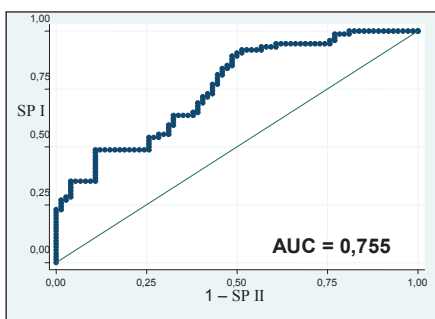
Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p-value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	0,741	0,240	3,09	0,002	(0,270, 1,211)
R_{12}	-0,670	0,187	-3,59	0,000	(-1,037, -0,304)
R_{20}^{2008}	-0,113	0,056	-2,02	0,044	(-0,223, -0,003)

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

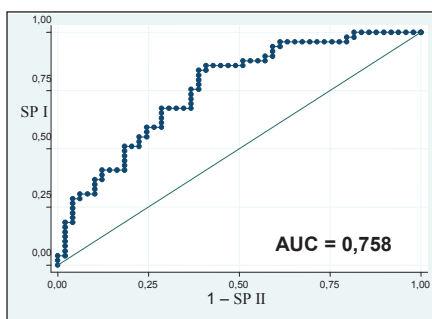
Tabela 6.6. Zdolność prognostyczna oszacowanego modelu logitowego L_3^5 bazującego na wskaźnikach płynności, zadłużenia, rentowności, sprawności działania i zmiennych sztucznych

Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	58	33	91	B	42	20	62
NB	16	41	57	NB	7	29	36
Razem	74	74	148	Razem	49	49	98

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.7. Krzywa ROC dla modelu L_3^5 na podstawie próby uczącej



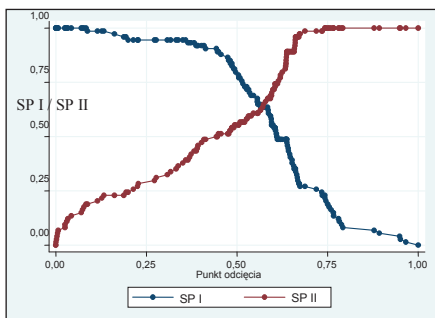
Rys. 6.8. Krzywa ROC dla modelu L_3^5 na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego L_3^5 dla próby testowej była na zadowalającym poziomie (AUC = 0,758), nieznacznie wyższym niż dla próby uczącej (AUC = 0,755) (rys. 6.7 i 6.8). Przypomnijmy, że wartość

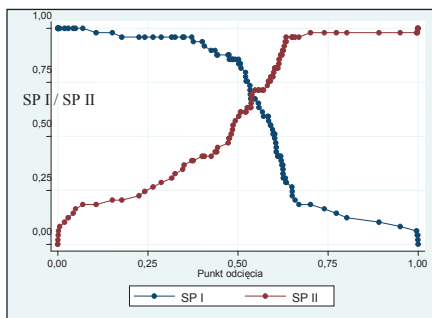
miernika AUC dla modelu L_3 obliczona na podstawie próby testowej wynosiła 0,806. Zatem także w tym przypadku skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego ze zmiennymi sztucznymi (mierzona AUC) była mniejsza niż modelu tradycyjnego.

W przypadku rozważanego modelu L_3^5 wykresy zamieszczone na rysunkach 6.9 i 6.10 wskazują na to, że przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało poszukiwaniu podziału przedsiębiorstw przy założeniu, że „koszty” złego zaklasyfikowania „bankruta” są większe niż „koszty” zbudowania złej prognozy dla przedsiębiorstwa „zdrowego”.



Rys. 6.9. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_3^5 na podstawie próby uczącej

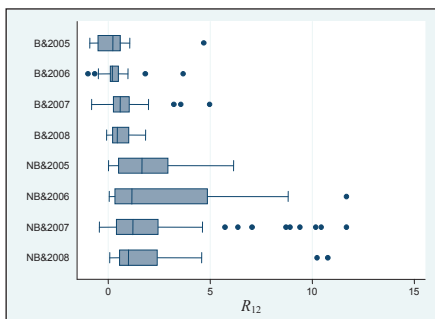
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.10. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_3^5 na podstawie próby testowej

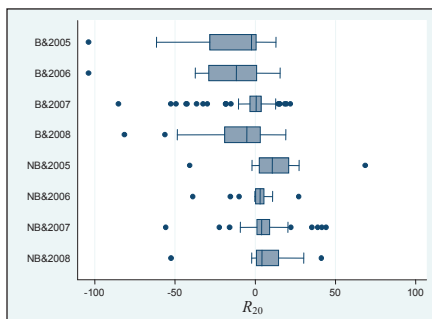
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Na rysunkach 6.11 i 6.12 zaprezentowano rozkłady empiryczne wskaźników finansowych R_{12} i R_{20} w podziale na przedsiębiorstwa „zdrowe” i „bankrutów” oraz z uwzględnieniem roku, z którego pochodziło sprawozdanie finansowe.



Rys. 6.11. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{12} w badanej próbie

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.12. Rozkład empiryczny wskaźnika R_{20} w badanej próbie

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Podsumowując przedstawione wyniki badań empirycznych, można stwierdzić, że włączenie zmiennych sztucznych do modelu logitowego, służącego do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce, może prowadzić do poprawy jakości prognozy modelowej, mierzonej sprawnością pierwszego rodzaju na podstawie próby testowej. Modele oszacowane na podstawie danych finansowych pochodzących z lat 2005-2008, czyli z okresu obejmującego początek światowego kryzysu finansowego, wskazują na zmieniające się znaczenie grup wskaźników finansowych dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce. Przy prognozowaniu z dwuletnim wyprzedzeniem na 2008 rok szczególna uwaga została zwrócona na wskaźniki sprawności działania z 2006 roku, czyli z okresu dobrej koniunktury. W prognozowaniu na 2009 rok ważną rolę pełniły wskaźniki płynności i sprawności działania z 2007 roku, czyli z początku kryzysu gospodarczego w Polsce. W przypadku budowania prognoz na 2010 rok na znaczeniu zyskały przede wszystkim wskaźniki zadłużenia i rentowności, ale także wskaźniki sprawności działania z 2008 roku. Rok ten charakteryzował się pogorszeniem koniunktury gospodarczej w Polsce. Otoczenie gospodarcze przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce było w tym okresie niestabilne. Stąd stopień zagrożenia upadłością zależał od wielu czynników związanych z różnymi obszarami działalności przedsiębiorstw. Wydaje się, że wnioski wyciągnięte na podstawie oszacowanych modeli logitowych ze zmiennymi sztucznymi są zgodne z wiedzą dotyczącą funkcjonowania przedsiębiorstw w czasach dobrej i złej koniunktury gospodarczej.

6.4. Modyfikacje tradycyjnych modeli logitowych dla przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce

W podrozdziale 6.3 wykazano użyteczność wprowadzania zmiennych sztucznych, które przynajmniej w ograniczonym stopniu reprezentują wpływ makroekonomicznych czynników na ryzyko bankructwa przedsiębiorstw, do modelu logitowego, służącego do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce. Wobec tego podjęto także próbę modyfikacji pozostałych tradycyjnych modeli logitowych zaprezentowanych w rozdziale piątym. W tym przypadku nie budowano modeli dla wskaźników finansowych z każdej grupy osobno, a następnie dla wszystkich wskaźników. Rozważano tylko możliwość rozszerzenia modeli tradycyjnych zaprezentowanych w rozdziale piątym o zmienne sztuczne.

W wariacie badania W_2 na podstawie próby przedsiębiorstw dobrych za pomocą losowania niezależnego i podziału zbioru danych na próbę uczącą i testową w stosunku 6:4 otrzymano tradycyjny model logitowy $L_9(R_{02}, R_{11}, R_{13}, R_{16})$ (tab. 5.7). Bazując na wskaźnikach finansowych wy-

stępujących w modelu L_9 w roli zmiennych objaśniających oraz zmiennych sztucznych zbudowano metodą krokową wsteczną zmodyfikowany model logitowy $L_9^Z (R_{11}, R_{13}, R_{02}^{2006})$ (tab. 6.7). Jakość prognostyczna modelu logitowego L_9^Z była wyższa niż tradycyjnego modelu logitowego L_9 i kształtowała się następująco: SP I – 89,80%, SP II – 69,39%, SP – 79,59% (tab. 6.8).

Tabela 6.7. Zmodyfikowany model logitowy L_9^Z

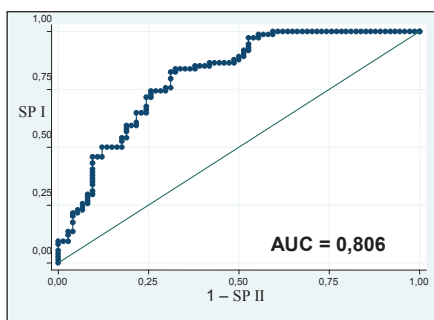
Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p -value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	0,975	0,269	3,62	0,000	(0,448, 1,502)
R_{11}	-6,778	1,734	-3,91	0,000	(-10,177, -3,379)
R_{13}	2,092	0,983	2,13	0,033	(0,166, 4,017)
R_{02}^{2006}	-1,377	0,428	-3,22	0,001	(-2,216, -0,538)

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

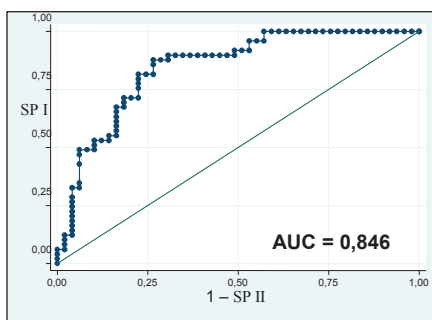
Tabela 6.8. Zdolność prognostyczna zmodyfikowanego modelu logitowego L_9^Z

Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	62	26	88	B	44	15	59
NB	12	48	60	NB	5	34	39
Razem	74	74	148	Razem	49	49	98

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.13. Krzywa ROC dla modelu L_9^Z na podstawie próby uczącej



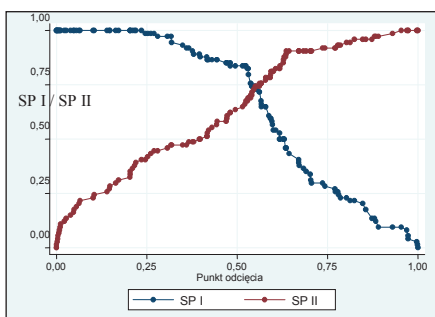
Rys. 6.14. Krzywa ROC dla modelu L_9^Z na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego L_9^Z dla próby testowej była na dobrym poziomie (AUC = 0,846), wyższym niż dla próby uczą-

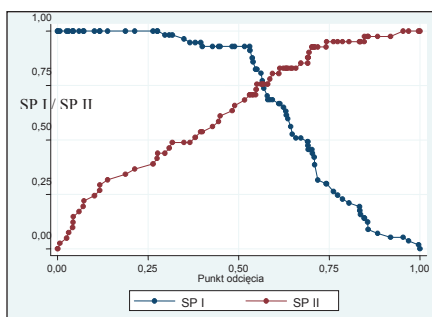
cej (AUC = 0,806) (rys. 6.13 i 6.14). Wartość miernika AUC dla modelu $L_9(R_{02}, R_{11}, R_{13}, R_{16})$ obliczona na podstawie próby testowej wynosiła 0,776. Zmodyfikowany model logitowy L_9^Z miał zatem większą skuteczność klasyfikacyjną (mierzoną AUC), niż odpowiadający mu model tradycyjny L_9 .

Podobnie jak dla modelu L_3^S tak i w rozważanym przypadku przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało wzrostowi wartości wskaźnika SP I kosztem spadku wartości wskaźnika SP II (rys. 6.15 i 6.16). Jak już wspomniano, odpowiada to założeniu, że „koszty” społeczno-ekonomiczne złego zaklasyfikowania „bankruta” są większe niż „koszty” zbudowania złej prognozy dla przedsiębiorstwa „zdrowego”. Bardziej zmniejszana była zatem liczba błędnie zaklasyfikowanych „bankrutów” niż przedsiębiorstw „zdrowych”.



Rys. 6.15. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_9^Z na podstawie próby uczącej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.16. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_9^Z na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Pozostałe modele rozważane w wariantach badania W_2 były oparte na zbiorach danych podzielonych na próbę uczącą i testową w stosunku 7:3.

Na podstawie próby przedsiębiorstw dobranych za pomocą metody parowania zbudowano tradycyjny model logitowy $L_4(R_{02}, R_{11})$ (tab. 5.4). Zmodyfikowany model $L_4^Z(R_{02}, R_{11}, R_{02}^{2007})$ otrzymany w wyniku rozszerzenia zbioru zmiennych objaśniających o zmienne sztuczne (tab. 6.9) charakteryzował się wyższą sprawnością pierwszego rodzaju i ogólną niż model tradycyjny L_4 (SP I – 75,68% i SP – 74,32%, tab. 6.10), natomiast sprawność drugiego rodzaju była na takim samym poziomie jak w przypadku modelu L_4 (SP II – 72,97%, tab. 6.10).

Tabela 6.9. Zmodyfikowany model logitowy L_4^Z

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p -value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	1,272	0,330	3,86	0,000	(0,626, 1,918)
R_{02}	-1,848	0,496	-3,73	0,000	(-2,820, -0,877)
R_{11}	-2,553	0,667	-3,83	0,000	(-3,859, -1,246)
R_{02}^{2007}	1,097	0,465	2,36	0,018	(0,185, 2,009)

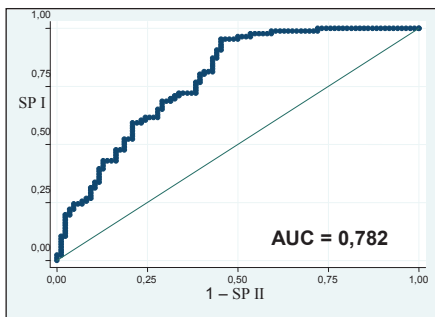
Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Tabela 6.10. Zdolność prognostyczna zmodyfikowanego modelu logitowego L_4^Z

Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	69	34	103	B	28	10	38
NB	17	52	69	NB	9	27	36
Razem	86	86	172	Razem	37	37	74

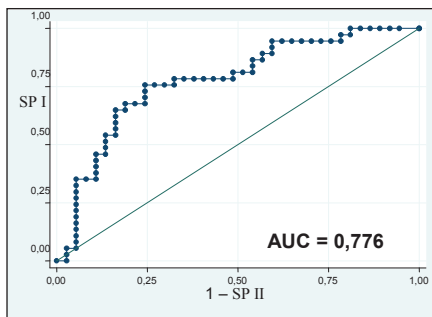
Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

W przypadku modelu logitowego L_4^Z skuteczność klasyfikacyjna dla próby testowej była na zadowalającym poziomie ($AUC = 0,776$), choć nieco niższym niż dla próby uczącej ($AUC = 0,782$) (rys. 6.17 i 6.18). Dla porównania, wartość miernika AUC dla modelu L_4 (R_{02}, R_{11}) obliczona na podstawie próby testowej wynosiła 0,804. Zmodyfikowany model L_4^Z miał zatem mniejszą skuteczność klasyfikacyjną (mierzoną AUC), niż odpowiadający mu model tradycyjny L_4 .



Rys. 6.17. Krzywa ROC dla modelu L_4^Z na podstawie próby uczącej

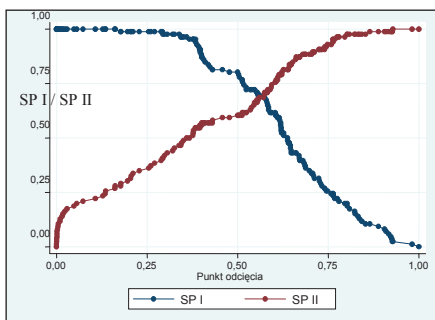
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.18. Krzywa ROC dla modelu L_4^Z na podstawie próby testowej

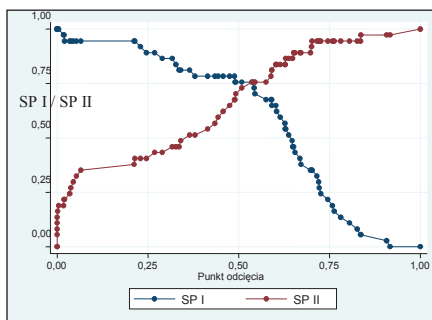
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało – w przypadku rozważanego modelu dla próby testowej – poszukiwaniu podziału przedsiębiorstw, który odpowiadałby założeniu o równych „kosztach” społeczno-ekonomicznych złego zaklasyfikowania zarówno „bankruta”, jak i przedsiębiorstwa „zdrowego” (rys. 6.20).



Rys. 6.19. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_4^Z na podstawie próby uczącej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.20. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_4^Z na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

W przypadku próby przedsiębiorstw dobranych za pomocą losowania niezależnego zbudowano tradycyjny model logitowy postaci $L_{10}(R_{11}, R_{13})$ (tab. 5.7). Rozszerzenie zbioru zmiennych objaśniających o zmienne sztuczne doprowadziło do oszacowania zmodyfikowanego modelu $L_{10}^Z(R_{11}, R_{13}, R_{11}^{2007}, R_{13}^{2007})$ (tab. 6.11). Model ten charakteryzował się wyższą sprawnością pierwszego rodzaju niż model tradycyjny L_{10} (SP I – 81,08%, tab. 6.12), jednak miał niższą sprawność drugiego rodzaju (SP II – 67,57%). Sprawność ogólna modelu L_{10}^Z była na takim samym poziomie jak w przypadku modelu L_{10} (SP – 74,32%, tab. 6.12).

Tabela 6.11. Zmodyfikowany model logitowy L_{10}^Z

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p-value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	-0,905	0,254	3,56	0,000	(0,406, 1,404)
R_{11}	-12,998	2,867	-4,53	0,000	(-18,617, -7,378)
R_{13}	4,379	1,512	2,90	0,004	(1,416, 7,342)
R_{11}^{2007}	9,584	3,152	3,04	0,002	(3,407, 15,762)
R_{13}^{2007}	-4,615	2,221	-2,08	0,038	(-8,968, -0,262)

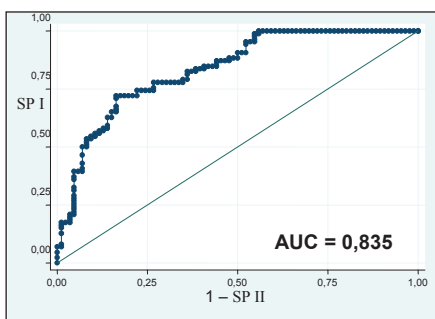
Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Tabela 6.12. Zdolność prognostyczna zmodyfikowanego modelu logitowego L_{10}^Z

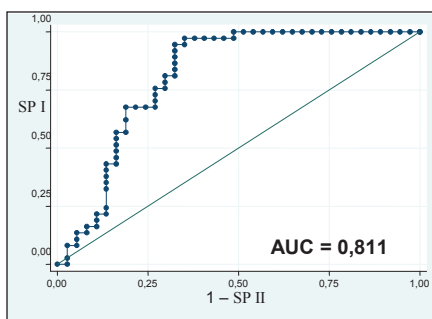
Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	68	30	98	B	30	12	42
NB	18	56	74	NB	7	25	32
Razem	86	86	172	Razem	37	37	74

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego L_{10}^Z dla próby testowej była na dobrym poziomie (AUC = 0,811), chociaż niższym niż dla próby uczącej (AUC = 0,835) (rys. 6.21 i 6.22). Wartość miernika AUC dla modelu $L_{10}(R_{11}, R_{13})$ obliczona na podstawie próby testowej wynosiła 0,784. Zmodyfikowany model L_{10}^Z miał zatem większą skuteczność klasyfikacyjną (mierzoną AUC), niż odpowiadający mu model tradycyjny L_{10} .



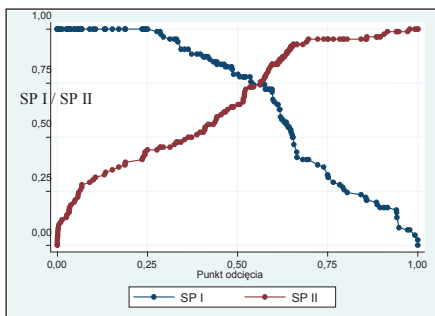
Rys. 6.21. Krzywa ROC dla modelu L_{10}^Z na podstawie próby uczącej



Rys. 6.22. Krzywa ROC dla modelu L_{10}^Z na podstawie próby testowej

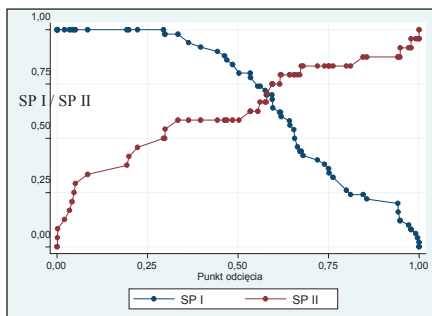
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało – w przypadku rozważanego modelu – poszukiwaniu podziału przedsiębiorstw przy założeniu, że „koszty” społeczno-ekonomiczne złego zaklasyfikowania „bankruta” są większe niż dla przedsiębiorstwa „zdrowego” (rys. 6.23 i 6.24).



Rys. 6.23. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_{10}^Z na podstawie próby uczącej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.24. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_{10}^Z na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

W rozdziale piątym rozważano także wariant badania W_1 , w którym przewidywano bankructwo przedsiębiorstw z rocznym wyprzedzeniem.

Dla zbioru przedsiębiorstw dobranych za pomocą metody parowania i podzielonego na próbę uczącą i testową w stosunku 6:4 zbudowano tradycyjny model logitowy $L_1(R_{14}, R_{16})$ (tab. 5.3). Model ten charakteryzował się bardzo wysoką sprawnością pierwszego rodzaju na poziomie 91,67%. Rozszerzenie modelu o zmienne sztuczne doprowadziło do zmodyfikowanego modelu logitowego $L_1^Z(R_{14}, R_{16}, Y^{2008}, R_{14}^{2008}, R_{16}^{2008})$ (tab. 6.13), który miał mniejszą sprawność pierwszego rodzaju niż model tradycyjny (SP I – 87,50%, tab. 6.14). Model L_1^Z był lepszy od modelu L_1 tylko pod względem sprawności drugiego rodzaju i ogólnej (SP II – 83,33% i SP – 85,42%, tab. 6.14).

Tabela 6.13. Zmodyfikowany model logitowy L_1^Z

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p-value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	6,624	2,579	2,57	0,010	(1,570, 11,679)
R_{14}	-3,865	1,516	-2,55	0,011	(-6,837, -0,893)
R_{16}	-22,751	9,464	-2,40	0,016	(-41,300, -4,202)
Y^{2008}	-6,284	2,635	-2,39	0,017	(-11,449, -1,121)
R_{14}^{2008}	3,400	1,565	2,17	0,030	(0,332, 6,467)
R_{16}^{2008}	17,010	9,991	1,70	0,089	(-2,572, 36,592)

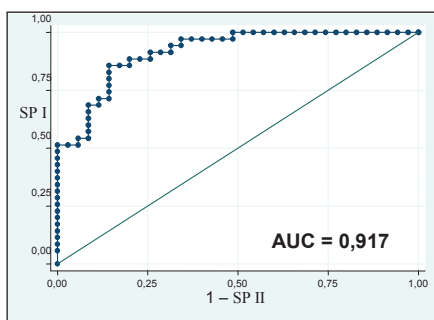
Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Tabela 6.14. Zdolność prognostyczna zmodyfikowanego modelu logitowego L_1^Z

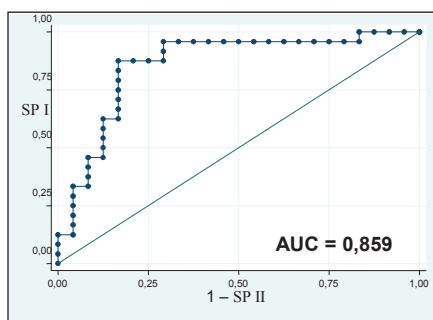
Próba ucząca				Próba testowa			
Przewidywane	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	28	5	33	B	21	4	25
NB	7	30	37	NB	3	20	23
Razem	35	35	70	Razem	24	24	48

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego L_1^Z dla próby testowej była na dobrym poziomie ($AUC = 0,859$), chociaż niższym niż dla próby uczącej ($AUC = 0,917$) (rys. 6.25 i 6.26). Porównując otrzymane wyniki z wartością miernika $AUC = 0,901$ dla modelu $L_1(R_{14}, R_{16})$ obliczoną na podstawie próby testowej, zauważamy, że zmodyfikowany model L_1^Z miał mniejszą skuteczność klasyfikacyjną (mierzoną AUC), niż odpowiadający mu model tradycyjny L_1 .



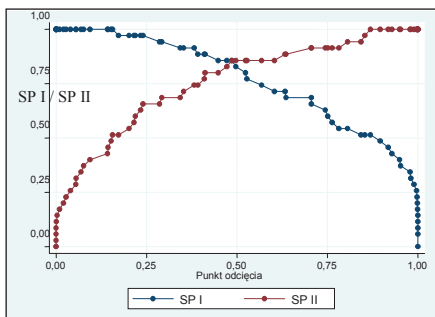
Rys. 6.25. Krzywa ROC dla modelu L_1^Z na podstawie próby uczącej



Rys. 6.26. Krzywa ROC dla modelu L_1^Z na podstawie próby testowej

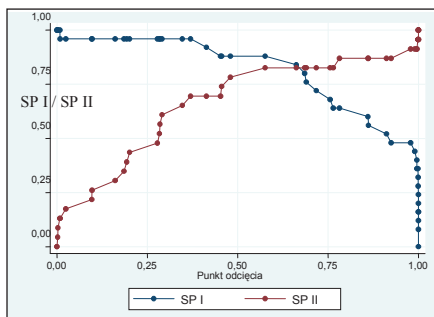
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

W przypadku rozważanego modelu, przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało – w nieznacznym stopniu dla próby testowej – poszukiwaniu podziału przedsiębiorstw, który odpowiadałby założeniu, że „koszty” złego zaklasyfikowania „bankruta” są większe niż dla przedsiębiorstwa „zdrowego” (rys. 6.27 i 6.28).



Rys. 6.27. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_1^Z na podstawie próby uczącej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.28. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_1^Z na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

W przypadku zbioru przedsiębiorstw dobranych za pomocą losowania niezależnego i podzielonego na próbę uczącą i testową także w stosunku 6:4 zbudowano tradycyjny model logitowy $L_8(R_{03}, R_{16})$ (tab. 5.6). Rozszerzenie modelu o zmienne sztuczne umożliwiło zbudowanie zmodyfikowanego modelu logitowego $L_8^Z(R_{03}, R_{16}, R_{03}^{2008})$ (tab. 6.15), który miał wyższą jakość prognostyczną od modelu tradycyjnego. Sprawność pierwszego rodzaju była na poziomie 91,67%, drugiego rodzaju – 70,83%, a ogólna – 81,25% (tab. 6.16).

Tabela 6.15. Zmodyfikowany model logitowy L_8^Z

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	p -value	Przedział ufności dla parametru ($1 - \alpha = 0,95$)
const	4,509	1,979	2,28	0,023	(0,630, 8,388)
R_{03}	-11,987	4,567	-2,62	0,009	(-20,939, -3,035)
R_{16}	-43,948	16,721	-2,63	0,009	(-76,720, -11,175)
R_{03}^{2008}	7,713	4,135	1,87	0,062	(-0,392, 15,817)

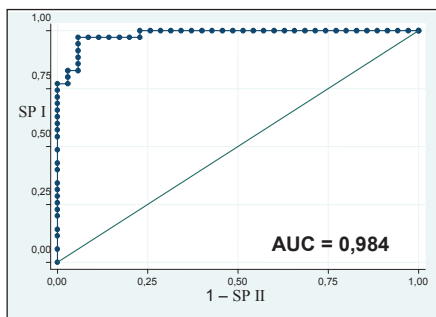
Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Tabela 6.16. Zdolność prognostyczna zmodyfikowanego modelu logitowego L_8^Z

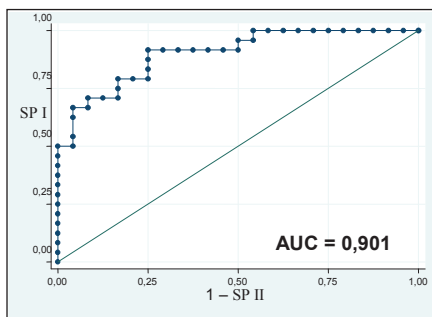
Przewidywane	Próba ucząca			Próba testowa			
	Obserwowane		Razem	Przewidywane	Obserwowane		Razem
	B	NB			B	NB	
B	33	2	35	B	22	7	29
NB	2	33	35	NB	2	17	19
Razem	35	35	70	Razem	24	24	48

Źródło: obliczenia własne w Stata/IC 12.0.

Skuteczność klasyfikacyjna modelu logitowego L_8^Z dla próby testowej była na bardzo dobrym poziomie ($AUC = 0,901$), chociaż niższym niż dla próby uczącej ($AUC = 0,984$) (rys. 6.29 i 6.30). Dla porównania, wartość miernika AUC dla modelu $L_8(R_{03}, R_{16})$ obliczona na podstawie próby testowej wynosiła 0,894. Zmodyfikowany model L_8^Z miał zatem większą skuteczność klasyfikacyjną (mierzoną AUC), niż odpowiadający mu model tradycyjny L_8 .



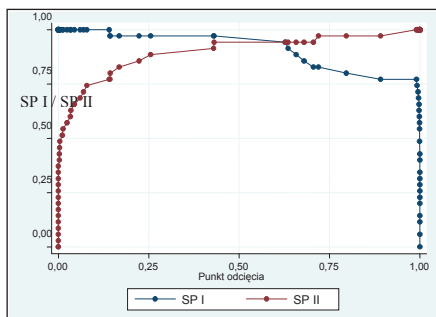
Rys. 6.29. Krzywa ROC dla modelu L_8^Z na podstawie próby uczącej



Rys. 6.30. Krzywa ROC dla modelu L_8^Z na podstawie próby testowej

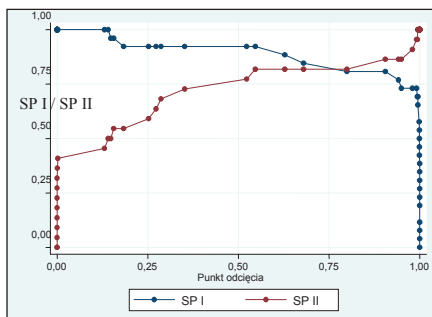
Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0. Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

W przypadku rozważanego modelu, przyjęcie punktu odcięcia na poziomie 0,5 sprzyjało – przede wszystkim dla próby testowej – poszukiwaniu podziału przedsiębiorstw przy założeniu, że „koszty” społeczno-ekonomiczne złego zaklasyfikowania „bankruta” są większe niż dla przedsiębiorstwa „zdrowego” (rys. 6.31 i 6.32).



Rys. 6.31. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_8^Z na podstawie próby uczącej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.



Rys. 6.32. Sprawność pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcje punktu odcięcia dla modelu L_8^Z na podstawie próby testowej

Źródło: opracowanie własne w Stata/IC 12.0.

Podjęto także próbę modyfikacji, przez rozszerzenie zbioru zmiennych objaśniających o zmienne sztuczne, tradycyjnych modeli logitowych zbudowanych w wariancie badania W_1 na podstawie prób przedsiębiorstw dobrych za pomocą zarówno metody parowania, jak i losowania niezależnego, i podzielonych w stosunku 7:3. Zastosowana procedura nie doprowadziła do uzyskania modeli charakteryzujących się wyższą jakością prognostyczną niż tradycyjne modele logitowe L_2 i L_7 zaprezentowane w rozdziale piątym.

Warto zauważyć, że w oszacowanych modelach (przy poziomie istotności 0,10), służących do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w 2009 roku z rocznym wyprzedzeniem została wzmocniona rola wskaźników płynności, zadłużenia i rentowności z 2008 roku.

Podsumowując wyniki podjętej próby rozszerzenia zbioru zmiennych objaśniających tradycyjnych modeli logitowych prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce zaprezentowanych w rozdziale piątym, można stwierdzić, że w większości przypadków, biorąc pod uwagę wartości miernika SP I, udało się uzyskać modele co najmniej tak samo dobre jak modele tradycyjne. W następnych badaniach warto podjąć próbę zbudowania modeli bez wstępnego ograniczania zbioru wskaźników finansowych do tych wskazanych przez modele tradycyjne.

6.5. Uwagi końcowe

Problem polegający na tym, w jaki sposób korzystać z modeli logitowych zawierających zmienne sztuczne związane z latami 2006-2009 w przypadku dysponowania danymi finansowymi z lat późniejszych niż 2009 rok, pozostaje otwarty.

Na zmienne sztuczne zastosowane w modelu logitowym można spojrzeć jak na zmienne odzwierciedlające znaczenie niektórych wskaźników finansowych dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce w okresach dobrej lub złej koniunktury występującej w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstw. Lata 2005 i 2006 można uznać za okres dobrej koniunktury gospodarczej w Polsce i tym okresom odpowiadają modele bez zmiennych sztucznych dotyczące prognozowania, odpowiednio: z dwuletnim lub rocznym wyprzedzeniem. Rok 2007 jest uznawany za początek globalnego kryzysu finansowego, natomiast lata 2008 i 2009 to okres spowolnienia gospodarczego w Polsce i w przypadku występowania tego typu sytuacji gospodarczej należy korzystać także ze składników modeli, które pozwalają uwzględnić sytuację w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstwa.

Jedną z propozycji rozwiązania problemu polega na zastosowaniu kilku modeli logitowych zarówno tradycyjnych, jak i zmodyfikowanych. Podejście to zakłada, że nie wiemy, czy rok, z którego pochodzą dane finan-

sowe, charakteryzuje się dobrą czy złą koniunkturą gospodarczą. Następnie należy zestawić otrzymane wyniki i zastosować np. metodę głosowania.

Druga propozycja zaleca, aby prognozowanie bankructwa przedsiębiorstw poprzedzić analizą podobieństw między koniunkturą gospodarczą w Polsce w latach 2005-2009 a koniunkturą w okresie, z którego pochodzą dane finansowe. Analizę podobieństw stanu koniunktury gospodarczej w wybranych latach można przeprowadzić np. w oparciu o zmiany PKB. Dane finansowe będące podstawą oszacowania modeli, zaprezentowanych w rozdziałach piątym i szóstym, pochodziły ze sprawozdań finansowych z lat, w których występowała zarówno dobra koniunktura gospodarcza, jak i spowolnienie gospodarcze w Polsce. Istnieje zatem możliwość dobrania odpowiednich modeli logitowych do przewidywania upadłości przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce z dwuletnim lub rocznym wyprzedzeniem w zależności od oceny stanu koniunktury w polskiej gospodarce.

W literaturze z zakresu prognozowania bankructwa przedsiębiorstw można znaleźć także propozycje polegające na włączaniu wybranych wskaźników rynkowych lub makroekonomicznych do tradycyjnych modeli (np. [Chava i Jarrow 2004; Shumway 2001]). W rozważaniach brane są pod uwagę przede wszystkim wskaźniki, których wartości odzwierciedlają zmiany koniunktury gospodarczej w danym państwie. Na podstawie wyników badań, w których próbowano zastosować wskaźniki makroekonomiczne w modelach prognozowania bankructwa przedsiębiorstw, można przypuszczać, że użyteczność tego podejścia zależy m.in. od długości przedziału czasu, z którego pochodzą informacje o przedsiębiorstwach (np. [De Leonardis i Rocci 2008; De Leonardis i Rocci 2013]).

Nakreślony kierunek dalszych badań, mimo problemów występujących przy gromadzeniu danych (m.in. zmiany w zasadach sporządzania i publikowania sprawozdań finansowych w Polsce) mających być podstawą modelowania i prognozowania zagrożenia upadłością przedsiębiorstw w Polsce, jest interesujący i zasługuje na poświęcenie mu szczególnej uwagi.

ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone w niniejszej pracy szerokie studia literaturowe oraz rozważania teoretyczne, a w szczególności badania empiryczne oparte na obszernym i reprezentatywnym zbiorze danych dotyczących sektora przetwórstwa przemysłowego w Polsce, pozwalają na sformułowanie szeregu uwag dotyczących teorii i praktyki prognozowania bankructwa firm. Uwagi te pozwalamy sobie sformułować w sposób następujący:

1. Modele prognozowania bankructwa są ważnym segmentem systemu modeli wczesnego ostrzegania. Systemy wczesnego ostrzegania odgrywają znaczącą rolę w zarządzaniu strategicznym przedsiębiorstwa. Ich podstawowym zadaniem jest sygnalizowanie wszelkich zagrożeń wewnątrz firmy lub w jej otoczeniu, a podstawowym zagrożeniem dla funkcjonowania przedsiębiorstwa jest zagrożenie jego upadłością.
2. W teorii i praktyce prognozowania bankructwa znanych jest wiele podejść metodologicznych, co do których nie można *a priori* wskazać metod bardziej lub mniej przydatnych do rozwiązywania problemów przewidywania upadłości firm. Wśród proponowanych metod dotychczas największą popularnością cieszą się modele wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej, modele logitowe, sztuczne sieci neuronowe oraz drzewa klasyfikacyjne. Dwa pierwsze typy wymienionych narzędzi prognostycznych mają charakter stochastyczny i należą do kanonu parametrycznych metod statystyki wielowymiarowej. Natomiast sieci neuronowe oraz drzewa klasyfikacyjne są nieparametrycznymi metodami iteracyjnymi, wchodzącymi w zakres szeroko rozumianych metod *data mining*.
3. W procesie budowy modeli predykcji bankructwa konieczne jest położenie należytej uwagi na treść ekonomiczną wskaźników finansowych przyjmowanych jako cechy diagnostyczne w konstruowanych modelach. Obserwuje się tutaj pewne rozdwojenie akcentów w pracach dotyczących prognozowania upadłości. Specjaliści od analizy finansowej kładą nacisk na podstawę prawną oraz treść ekonomiczną przyjmowanych wskaźników finansowych, nie przywiązując należytej uwagi do formalnej strony wykorzystywanych narzędzi prognostycznych. Statystycy, ekonomiści i informatycy skupiają się zaś na stronie formalnej bu-

dowy zbiorów danych oraz odpowiednich modeli, nie zwracając należytej uwagi na treść ekonomiczną, jaką niosą ze sobą angażowane zmienne, będące wskaźnikami finansowymi obciążonymi mniejszymi lub większymi błędami pomiaru.

4. Budując odpowiednie narzędzia predykcji, należy kierować się również dotychczasowymi doświadczeniami światowymi i polskimi w zakresie doboru wskaźników do modeli prognozowania bankructwa.
5. Niestety, podobnie jak nie można wskazać najbardziej przydatnego narzędzia predykcji bankructwa, tak również nie można *a priori* wskazać wskaźników finansowych o najwyższej zdolności predyktywnej w przewidywaniu upadłości firm.
6. Przy doborze wskaźników finansowych do modeli predykcji bankructwa użyteczne mogą być wskazówki wynikające z analizy ich rozkładów empirycznych i ich parametrów w zbiorach bankrutów i niebankrutów.
7. Rozkłady empiryczne wskaźników finansowych, a tym samym ich parametry, wśród których szczególne znaczenie ma mediana, zmieniają się w czasie. Obserwacja zmian w czasie median, a także średnich i rozstępu kwartyłowego, pozwala na ocenę różnic w wartościach tych parametrów w grupie firm zdrowych oraz firm upadających, na rok lub dwa lata przed bankructwem. Obserwowane tendencje zmian tych parametrów są dobrą wskazówką co do stanu kondycji finansowej analizowanych firm.
8. Zmiany wartości wszystkich omawianych wskaźników w badanym okresie, w odniesieniu do poszczególnych grup przedsiębiorstw, są uwarunkowane różnorodnymi czynnikami. Czynniki te związane są zarówno z charakterem samych wskaźników, jak i profilem działalności tych przedsiębiorstw. Wyraźnie widać, że zagrożenie upadłością sygnalizowane jest pogarszającą się kondycją finansową samego przedsiębiorstwa. Na to wpływa również zmieniająca się koniunktura gospodarcza, w tym kryzys, który dotknął przedsiębiorstwa różnych branż. Również zmieniające się standardy sporządzania sprawozdań finansowych mogły przełożyć się na zmianę wartości niektórych wskaźników.
9. Podjęto próby dopasowania wybranych rozkładów teoretycznych do danych empirycznych. Przede wszystkim sprawdzono, czy można przyjąć założenie co do ich normalności. Sprawdzono także możliwość dopasowania rozkładu log-normalnego, wykładniczego oraz gamma. Wyniki prób zidentyfikowania rozkładów wykorzystywanych w analizach wskaźników finansowych

wyraźnie wskazują, że założenia o normalności rozkładów empirycznych, będące przecież wymogiem w stosunku do zmiennych stosowanych np. w modelach dyskryminacyjnych, najczęściej nie są utrzymane.

10. Przedstawione w niniejszej pracy empiryczne badania porównawcze rzucają światło na efektywność prognostyczną stosowanych w praktyce modeli predykcji bankructwa firm. Wśród badaczy tych zagadnień istnieje często przywiązanie do pewnych typów modeli lub wręcz pewność co do ich najwyższej efektywności, bez prowadzenia badań porównawczych. Zaprezentowane w pracy wyniki wskazują, że na efektywność klasyfikacji wpływa wiele czynników, a nie tylko typ przyjętego modelu i nie można tutaj sformułować żadnych ogólnych reguł. Pozostaje jednak faktem, że nieparametryczne metody *data mining* i nauczania maszynowego z reguły lepiej sprawdzają się jako narzędzie klasyfikacji obiektów ekonomicznych. Rezultaty uzyskane w wyniku przeprowadzonego badania empirycznego dotyczącego rankingu efektywności prognostycznej rozważanych czterech typów modeli pozwalają na wyciągnięcie wniosku, iż najwyższą trafnością uzyskanych prognoz odznaczają się sieci neuronowe. Wyniki badań wskazują na przewagę iteracyjnych, nieparametrycznych metod *data mining*, nad częściej dotychczas stosowanymi metodami probabilistycznymi.
11. Sposób doboru przedsiębiorstw do próby wpływa na zdolności prognostyczne zbudowanych modeli. Zdecydowanie lepsze prognozy zapewniały modele, które powstały na gruncie próby losowej, uzyskanej w wyniku zastosowania losowania niezależnego podczas doboru przedsiębiorstw do próby. Powszechnie stosowana w tym zakresie nielosowa metoda parowania nie przyczyniła się w przeprowadzonej analizie do utworzenia modeli o lepszych zdolnościach predykcyjnych.
12. Nie stwierdzono jednoznacznie, jaki sposób podziału próby na część uczącą i testową zapewnia uzyskanie modeli o lepszych zdolnościach prognostycznych. Należy prowadzić dalsze badania mające na celu optymalizację podziału próby na część uczącą i testową.
13. Decydującym czynnikiem świadczącym o przydatności danego modelu jest jego stabilność. W eksperymentach wykonanych w niniejszej pracy zdolność prognostyczna zbudowanych modeli była sprawdzana na zbiorze testowym, który był podpróbą wybranej próby. Powstaje pytanie, jaka będzie zdolność do popraw-

- nej klasyfikacji danych pochodzących z innej próby niż testowa, jednak wybranej z populacji firm tego samego sektora gospodarki i tego samego okresu. Innym zagadnieniem jest badanie efektywności i stabilności modeli predykcji bankructwa w zmieniającym się otoczeniu, którego wyrazem jest koniunktura gospodarcza.
14. Dotychczas budowane modele, prezentowane w literaturze przedmiotu, mają charakter statyczny, nieuwzględniający czynnika czasu, mimo iż na ogół budowane są one w oparciu o dane pochodzące z kilku lat. Modele te znajdują zastosowanie w praktyce często przez kilka lat następujących po okresie uwzględnionym w próbie badawczej. Zagrożenie bankructwem zależy jednak od ogólnokrajowej sytuacji gospodarczej. Model oszacowany na podstawie danych finansowych z lat dobrej koniunktury gospodarczej nie zachowuje zdolności prognostycznej w latach złej koniunktury gospodarczej. Najbardziej podatnym na dynamizację jest model logitowy, będący specyficzną odmianą funkcji regresji.
 15. W niniejszej pracy zaprezentowano trzy warianty dynamizacji logitowego modelu prognozowania bankructwa. Pierwszy wariant polega na konstruowaniu modeli dla każdego roku oddzielnie, drugi wariant polega na wprowadzeniu zmiennych zero-jedynkowych identyfikujących rok, z którego pochodzi sprawozdanie finansowe, wariant trzeci polega na wprowadzeniu zarówno zmiennych zero-jedynkowych identyfikujących rok, z którego pochodzi sprawozdanie finansowe, jak i zmiennych jakościowo-ilościowych, które odzwierciedlają zmieniające się w czasie znaczenie wskaźników finansowych dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw. Budowanie oddzielnych modeli dla poszczególnych lat jest zwykle ograniczone przez małą liczbę bankrutów w poszczególnych latach. Zmienne zero-jedynkowe identyfikujące rok oraz zmienne jakościowo-ilościowe są zmiennymi sztucznymi.
 16. Przedstawione w niniejszej pracy wyniki badań empirycznych wskazują, że włączenie zmiennych sztucznych do modelu logitowego, służącego do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego w Polsce, może prowadzić do poprawy jakości prognostycznej modelu, mierzonej sprawnością pierwszego rodzaju, na podstawie próby testowej. Modele oszacowane na podstawie danych finansowych pochodzących z lat 2005-2008, czyli z okresu obejmującego początek światowego kryzysu finansowego, wskazują na zmieniające się znaczenie grup wskaźników finansowych dla prognozowania bankructwa

przedsiębiorstw w Polsce. Wydaje się, że wnioski wyciągnięte na podstawie oszacowanych modeli logitowych ze zmiennymi sztucznymi są zgodne z wiedzą dotyczącą funkcjonowania przedsiębiorstw w czasach dobrej i złej koniunktury gospodarczej.

17. Na zmienne sztuczne zastosowane w modelu logitowym można spojrzeć, jak na zmienne odzwierciedlające znaczenie niektórych wskaźników finansowych dla prognozowania bankructwa przedsiębiorstw w Polsce w okresach dobrej lub złej koniunktury, występującej w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstw. Lata 2005 i 2006 można uznać za okres dobrej koniunktury gospodarczej w Polsce i tym okresom odpowiadają modele bez zmiennych sztucznych, dotyczące prognozowania odpowiednio, z dwuletnim lub rocznym wyprzedzeniem. Rok 2007 jest uznawany za początek globalnego kryzysu finansowego, natomiast lata 2008 i 2009 to okres spowolnienia gospodarczego w Polsce i w przypadku występowania tego typu sytuacji gospodarczej należy korzystać także ze składników modeli, które pozwalają uwzględnić sytuację w otoczeniu gospodarczym przedsiębiorstwa.
18. Na kanwie przedstawionych wyników dotyczących problemów dynamizacji modeli prognozowania bankructwa można przedstawić także inne propozycje rozszerzenia modeli tradycyjnych. Jedna z nich polega na zastosowaniu kilku modeli logitowych zarówno klasycznych, jak i zmodyfikowanych. Podejście to zakłada, że nie wiemy, czy rok, z którego pochodzą dane finansowe, charakteryzuje się dobrą czy złą koniunkturą gospodarczą. Następnie należy zestawić otrzymane wyniki i zastosować np. metodę głosowania. Druga propozycja zaleca, aby prognozowanie bankructwa przedsiębiorstw poprzedzić analizą makroekonomiczną koniunktury gospodarczej i w jej perspektywie popatrzeć na okres, z którego pochodzą dane finansowe. Istnieje zatem możliwość dobrania odpowiednich modeli logitowych do przewidywania upadłości przedsiębiorstw z dwuletnim lub rocznym wyprzedzeniem, w zależności od oceny stanu koniunktury w polskiej gospodarce.
19. Odrębną sprawą, niezawartą w niniejszej pracy, jest rozpatrzenie możliwości dynamizacji innych typów modeli prognozowania bankructwa oraz innych form uwzględniania czynnika czasu.
20. Należy także rozpatrzyć możliwości stosowania innych narzędzi metodologicznych, niż dotychczas stosowane modele predykcji bankructwa. Autorzy podjęli również próbę zastosowania metodologii modeli równań strukturalnych w badaniach problemów

upadłości firm. Prace te, i ich dotychczasowe rezultaty, nie zostały w niniejszej monografii uwzględnione.

Autorzy mają świadomość, że dotknęli jedynie niektórych problemów metodologicznych i empirycznych badania upadłości firm, a problem efektywnego przewidywania bankructwa w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej jest nadal problemem otwartym. Autorzy mają jednak nadzieję, że przedstawione w niniejszej pracy rozważania teoretyczne i przeprowadzone w możliwie szerokim zakresie badania empiryczne, będą istotnym wkładem w pogłębianie wiedzy ekonomicznej w zakresie przewidywania kondycji gospodarki w jej aspekcie mikroekonomicznym.

LITERATURA

- Altman E.I. (1968), *Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy*, The Journal of Finance, Vol. 23, Iss. 4, September.
- Altman E.I. (2000), *Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and ZETA® Models*, <http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/Zscores.PDF>.
- Altman E.I., Haldeman R.G., Narayanan P. (1977), *ZETA Analysis: A New Model Identify Bankruptcy Risk of Corporations*, Journal of Banking and Finance, June.
- Altman E.I., Marco G., Varetto F. (1994), *Corporate Distress Diagnosis: Comparisons Using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks (the Italian experience)*, Journal of Banking and Finance, Vol. 18, No. 3.
- Appenzeller D. (1998), *Mikro i makroekonomiczne przyczyny upadłości przedsiębiorstw w Polsce*, Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny, z. 3-4.
- Barniv R., McDonald J.B. (1999), *Review of Categorical Models for Classification Issues in Accounting and Finance*, Review of Quantitative Finance and Accounting, Vol. 13, Iss. 1
- Beaver W.H. (1966), *Financial Ratios as Predictors of Failure*, Journal of Accounting Research, Vol. 4, Supplement.
- Beck N., Katz J.N., Tucker R. (1998), *Taking Time Seriously: Time-Series-Cross-Section Analysis with a Binary Dependent Variable*, American Journal of Political Science, Vol. 42, No. 4.
- Beerman K. (1976), *Prognosemöglichkeiten von Kapitalverlusten mit Hilfe von Jahresabschlüssen*, IDW Verlag, Dusseldorf.
- Bell T.B., Ribar G.S., Verchio J. (1990), *Neural Nets Versus logistic Regression: A Comparison of Each Model's Ability to Predict Commercial Bank Failures*, w: R.P. Srivastava (ed.), *Proceedings of the 1990 Deloitte and Touché/University of Kansas Symposium of Auditing Problems*.
- Bellovary J., Giacomino D., Akers M. (2007), *A Review of Bankruptcy Prediction Studies: 1930 to Present*, Journal of Financial Education, Vol. 33, Winter.
- Birdsall T.G. (1973), *The Theory of Signal Detectability: ROC Curves and their Character*, Cooley Electronics Laboratory, Department of Electrical and Computer Engineering, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, Technical Report, No. 177.
- Breiman L. (2001), *Random Forests*, Machine Learning, Vol. 45, No. 1.

- Breiman L., Friedman J., Olshen R., Stone C. (1984), *Classification and Regression Trees*, CRC Press, London.
- Chava S., Jarrow R.A. (2004), *Bankruptcy Prediction with Industry Effects*, Review of Finance, Vol. 8, <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.287474>.
- De Leonardis D., Rocci R. (2008), *Assessing the Default Risk by Means of a Discrete-time Survival Analysis Approach*, Applied Stochastic Models in Business and Industry, Vol. 24, Iss. 4, [interscience.wiley.com](http://www.interscience.wiley.com), DOI: 10.1002/asmb.705.
- De Leonardis D., Rocci R. (2013), *Default Risk Analysis via a Discrete-time Cure Rate Model*, Applied Stochastic Models in Business and Industry, Vol. 30, Iss. 5, [wileyonlinelibrary.com](http://www.wileyonlinelibrary.com), DOI: 10.1002/asmb.1998.
- Fisher R.A. (1936), *The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems*, Annals of Eugenics, Vol. 7, Iss. 2.
- FitzPatrick P.J. (1932), *A Comparison of the Ratios of Successful Industrial Enterprises with Those of Failed Companies*, Journal of Accounting Research, October, November, December.
- Frydman H., Altman E.I., Kao D. (1985), *Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress*, Journal of Finance, Vol. 40, Iss. 1.
- Gajdka J., Stos D. (1996), *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw*, w: *Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw*, Materiały z ogólnopolskiej konferencji naukowej, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków.
- Ganesalingham S., Kuldeep Kumar (2001), *Detection of Financial Distress via Multivariate Statistical Analysis*, Managerial Finance, Vol. 27, No. 4.
- Gatnar E. (1998), *Symboliczne metody klasyfikacji danych*, PWN, Warszawa.
- Gatnar E. (2001), *Nieparametryczna metoda dyskryminacji i regresji*, PWN, Warszawa.
- Gatnar E. (2008), *Podejście wielomodelowe w zagadnieniach dyskryminacji i regresji*, PWN, Warszawa.
- Gatnar E., Waleśiak M. (2004), *Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych*, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław.
- Gruszczyński M. (2001), *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i rachunkowości*, Monografie i opracowania, SGH, Warszawa.
- Gruszczyński M. (2003), *Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*, PAN, Instytut nauk Ekonomicznych, Working Papers, No. 34.
- Gruszczyński M. (red.) (2010), *Mikroekonometria. Modele i metody analizy danych indywidualnych*, Wolter Kluwer Polska, Warszawa.

- Gruszczyński M. (2012), *Finanse empiryczne przedsiębiorstw*, Difin, Warszawa.
- Hadasik D. (1998), *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, Zeszyty Naukowe AE w Poznaniu, seria II, z. 153, Wydawnictwo AE Poznań.
- Hamrol M., Czajka B., Piechocki M. (2004), *Prognozowanie upadłości przedsiębiorstwa – model analizy dyskryminacyjnej*, Zeszyty Teoretyczne Rady Naukowej SKwP, nr 20(76).
- Harańczyk G. (2010), *Krzywe ROC, czyli ocena jakości klasyfikatora i poszukiwanie optymalnego punktu odcięcia*, <http://www.statsoft.pl/czytelnia>.
- Hellwig Z. (1968), *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju i strukturę wykwalifikowanych kadr*, Przegląd Statystyczny, z. 4.
- Hellwig Z., Polak H. (1986), *Zarys koncepcji statystycznej procedury wczesnego ostrzegania (na przykładzie gospodarki żywnościowej)*, z prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych, z. 158, Zakład Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN, Warszawa.
- Holmen J.S. (1988), *Using Financial Ratios to Predict Bankruptcy: An Evaluation of Classic Models Using Recent Evidence*, Akron Business and Economic Review, Vol. 19, No. 1.
- Hołda A. (2000), *Optymalizacja i model zastosowania procedur analitycznych w rewizji sprawozdań finansowych*, praca doktorska, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków.
- Hołda A. (2001a), *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z_H* , Rachunkowość, nr 5.
- Hołda A. (2001b), *Wstępna weryfikacja skuteczności funkcji dyskryminacyjnej Z_H* , Rachunkowość, nr 10.
- Hołda A. (2001c), *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w predykcji bankructwa – doświadczenia światowe*, Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości, tom 5.
- Hołda A. (2006), *Zasada kontynuacji działalności i prognozowanie upadłości w polskich realiach gospodarczych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Seria: Monografie, nr 174, Kraków.
- Hołda A., Pocięcha J. (2009), *Probabilistyczne metody badania sprawozdań finansowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Horgan J.M. (1998), *Stabilized Sieve Sampling: A Point-Estimator Analysis*, Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 16, No. 1.
- Hunt E.B., Marin J., Stone P.J. (1966), *Experiments In Induction*, Academic Press, New York.
- Jajuga K. (1990), *Statystyczna teoria rozpoznawania obrazów*, PWN, Warszawa.

- Korbicz J., Obuchowicz A., Uciński D. (1994), *Sztuczne sieci neuronowe. Podstawy i zastosowania*, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa.
- Korol T. (2008), *Zastosowanie drzew decyzyjnych w prognozowaniu upadłości spółek akcyjnych*, w: *Czas na pieniądź. Zarządzanie finansami. Mierzenie i ocena wyników przedsiębiorstw*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 520, Szczecin.
- Korol T. (2010), *Systemy ostrzegania przedsiębiorstw przed ryzykiem upadłości*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Korol T., Prusak B. (2005), *Upadłość przedsiębiorstw a wykorzystanie sztucznej inteligencji*, CeDeWu, Warszawa.
- Krawiec K., Stefanowski J. (2004), *Uczenie maszynowe i sieci neuronowe*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.
- Lula P. (1999), *Jednokierunkowe sieci neuronowe w modelowaniu zjawisk ekonomicznych*, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków.
- Maddala G.S. (2008), *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Mączyńska E. (1994), *Ocena kondycji przedsiębiorstwa (Uprozczone metody)*, Życie gospodarcze, nr 38.
- McCulloch C.E., Searle S.R., Neuhaus J.M. (2009), *Generalized, Linear, and Mixed Models*, Wiley, New York.
- McKee T.E. (2000), *Developing a Bankruptcy Prediction Model via Rough Sets Theory*, International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management, No. 9, No. 3.
- Merwin C.L. (1942), *Financing Small Corporations in Five Manufacturing Industries, 1926-1936*, National Bureau of Economic Research, Cambridge Mass.
- Michaluk K. (2000), *Efektywność modeli prognozujących upadłość przedsiębiorstw*, praca doktorska, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin.
- Morgan J.N., Sonquist J.A. (1963), *Problems in the Analysis of Survey Data: A Proposal*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 58, No. 302.
- Mossman C.E., Bell G.G., Swartz L.M., Turtle H. (1998), *An Empirical Comparison of Bankruptcy Models*, The Financial Review, Vol. 33, No. 2.
- Neter J., Loebbecke J.K. (1975), *Behaviour of Major Statistical Estimators in Sampling Accounting Populations – An Empirical Study*, AICPA, New York.
- Odom M.D., Sharda R. (1990), *A Neural Network Model for Bankruptcy Prediction*, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Vol. 2, San Diego.
- Ohlson J. (1980), *Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy*, Journal of Accounting Research, Vol. 18, No. 1, Spring.

- Ossowski S. (1996), *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*, WNT, Warszawa.
- Perkal J. (1963), *Matematyka dla przyrodników i rolników*, Cz. II, PWN, Warszawa.
- Pinches G. Mingo K.A. (1973), *A Multivariate Analysis of Industrial Bond Ratings*, The Journal of Finance, Vol. 28, No. 1, March.
- Platt H.D., Platt M.B. (1990), *Development of Class of Stable Predictive Variables: The Case of Bankruptcy Prediction*, Journal of Banking, Finance and Accounting, No. 17, No. 1.
- Pociecha J. (2006), *Dyskryminacyjne metody klasyfikacji danych w prognozowaniu bankructwa firmy*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, nr 1126, „Taksonomia 13, Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”, Wrocław.
- Pociecha J. (2007a), *Metody analizy danych jako narzędzie prognozowania upadłości firmy*, w: *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków.
- Pociecha J. (2007b), *Problemy prognozowania bankructwa firmy metodą analizy dyskryminacyjnej*, Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomica, nr 205.
- Pociecha J. (2011), *Modele prognozowania bankructwa w systemie wczesnego ostrzegania przedsiębiorstw*, w: *Spoleczna rola statystyki*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 165, Wrocław.
- Pogodzińska M., Sojak S. (1995), *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu bankructwa przedsiębiorstw*, w: *AUNC*, Ekonomia XXV, z. 299, Toruń.
- Prusak B. (2004), *Ocena zagrożenia upadłością produkcyjnych spółek kapitałowych w Polsce w latach 1998-2002*, w: *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce w latach 1990-2003, Teoria i praktyka*, red. D. Appenzeller, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań.
- Prusak B. (2005), *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstwa*, Difin, Warszawa.
- Prusak B. (2007), *Ekonomiczne i prawne aspekty upadłości przedsiębiorstw*, Difin, Warszawa.
- Prusak B. (2011), *Ekonomiczna analiza upadłości przedsiębiorstw. Ujęcie międzynarodowe*, CeDeWu, Warszawa.
- Rao C.R. (1951), *An Asymptotic Expansion of the Distribution of Wilk's Criterion*, Bulletin of the International Statistical Institute, 33, part 2.
- Rao C.R. (1965), *Linear Statistical Inference and its Applications*, Wiley, New York.
- Rogowski W.K. (1999), *Możliwości wczesnego rozpoznania symptomów zagrożenia zdolności płatniczej przedsiębiorstwa*, Bank i Kredyt, nr 6.

- Sagan A. (2011), *Krzywe operacyjno-charakterystyczne w ewaluacyjnych badaniach marketingowych*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, nr 864, Kraków.
- Sharda R., Wilson L. (1994), *Bankruptcy Prediction Using Neural Networks*, Decision Support System, Vol. 11, Iss. 5.
- Shumway T. (2001), *Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model*, The Journal of Business, Vol. 74, No. 1.
- Siedlecka U. (1996), *Prognozowanie ostrzegawcze w gospodarce*, PWE, Warszawa.
- Sierpińska M., Jachna T. (1997), *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa.
- Sojak S., Stawicki J. (2001), *Wykorzystanie metod taksonomicznych do oceny kondycji ekonomicznej przedsiębiorstw*, Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości, nr 3.
- Sokołowski A. (2002), *Wprowadzenie do zastosowań metod statystycznych i technik data mining w badaniach naukowych*, Czytelnia StatSoft Polska, <http://www.statsoft.pl/czytelnia>.
- Sokołowski A. (2004), *O niewłaściwym stosowaniu metod statystycznych*, Czytelnia StatSoft Polska, <http://www.statsoft.pl/czytelnia>.
- StatSoft (2006), *Elektroniczny Podręcznik Statystyki PL*, Kraków, <http://www.statsoft.pl/textbook/stathome.html>.
- Stein R.M. (2005), *The Relationship between Default Prediction and Lending Profits: Integrating ROC Analysis and Loan Pricing*, Journal of Banking & Finance, Vol. 29, No. 5.
- Tadeusiewicz R. (1993), *Sieci neuronowe*, PWN, Warszawa.
- Wędzki D. (2005), *Bankruptcy Logit Model for Polish Economy*, Argumenta Oeconomica Cracoviensia, nr 3.
- Wędzki D. (2009), *Analiza wskaźnikowa sprawozdania finansowego, Tom 2. Wskaźniki finansowe*, Wolters Kluwer business, Kraków.
- Witkowska D. (2002), *Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia finansowe*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Zaleska M. (2002), *Identyfikacja ryzyka upadłości przedsiębiorstwa i banku*, Difin, Warszawa.
- Żmijewski M. (1984), *Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models*, Journal of Accounting Research, Vol. 22, suppl.

